UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EMPRESARIAL DE GUAYAQUIL.

MAESTRÍA EN DISEÑO Y EVALUACIÓN DE MODELOS EDUCATIVOS

TESIS PREVIA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGISTER EN DISEÑO Y EVALUACIÓN DE MODELOS EDUCATIVOS.

Elaboración e implementación de una guía de modelado matemático de funciones lineales y cuadráticas para estudiantes de I de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal "Alejo Lascano" en el año lectivo 2014 - 2015.

Maestrantes:

Riccy Pamela Baque Soledispa

Julio César Macías Zamora

Guayaquil – Ecuador

2014.

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Graduación nos corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual del mismo a la “UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EMPRESARIAL DE GUAYAQUIL”.

(Reglamento de Graduación de la UTEG)

DEDICATORIA

Dedico este proyecto de tesis a mis padres, por la formación académica y moral que me brindaron, por la dedicación a sus hijos en todo instante. A mi familia por el apoyo constante a lo largo de este largo trajinar, por las muchas horas que dedicándole a este proyecto les quité a pasar con ellos. Lo dedico especialmente a mis hijas, Bianca y Michelle, mi razón de ser y estar. Este trabajo representa lo mucho que ellas importan en mi vida, el ejemplo que deseo tengan, para que sean mujeres de bien en esta sociedad tan convulsionada.

Riccy Pamela Baque Soledispa

Dedico este trabajo a todos aquellos que hicieron posible que esta realidad existiera. Dedico este trabajo a todos aquellos por los que luchamos a diario, por mis hijos, ellos que son la razón de tantos sacrificios y lucha. Este trabajo va dedicado a la musa que me inspiró y animó a seguir este camino, que no siempre fue de rosas, este trabajo es para ti y por ti Miranda – Mandira. Este trabajo además está dedicado a todos aquellos jóvenes que se beneficiarán con los cambios que habrán de aquí en adelante en los recursos matemáticos.

Julio César Macías Zamora

AGRADECIMIENTO

Nuestro agradecimiento al Todopoderoso, que nos permitió culminar con éxito este trabajo, por la paciencia que nos brindó para salir adelante en los momentos en los que más nos sentíamos vencidos, y por permitirnos culminar este proyecto con éxito.

A nuestras familias por su inmenso apoyo y por la comprensión a lo largo de este nuevo reto emprendido. Por permitirnos alejar momentáneamente de ellos para culminar esta nueva etapa de nuestra vida profesional.

A nuestros compañeros con quienes compartimos todo este tiempo de aprendizaje, por este periodo de sueños, en el que aprendimos a visualizarlos y hacerlos realidad.

A todos los docentes que nos comunicaron sus conocimientos, y nos mostraron que siempre hay un más allá, después de ese muro que parece infranqueable. A todos aquellos que nos tuvieron paciencia por las muchas dudas que se nos presentaban a cada momento.

ÍNDICE GENERAL

LISTA DE CUADROS Y GRÁFICOS

LISTA DE TABLAS

LISTA DE ANEXOS

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es desarrollar y aplicar una guía de modelado de funciones lineales y cuadráticas, para el docente de Matemáticas de I de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano” de la ciudad de Jipijapa. En la guía se realizan ciertas sugerencias de cómo debe utilizar el docente una guía de auto instrucción con sus estudiantes.

Para llevar a cabo la investigación se realizaron conversatorios, encuestas y entrevistas a docentes y estudiantes de la misma unidad educativa, así como a estudiantes y docentes de instituciones que estén cercanas a la Unidad Educativa de estudio. Para obtener los resultados se utilizaron dos grupos de estudiantes, uno de ellos utilizaba la guía bajo la supervisión del docente, y posterior a ello desarrollaba las actividades propuestas en la guía; el otro grupo de control desarrollaba una clase normal, expositiva y sin participación de los estudiantes, y luego de ello los estudiantes desarrollaban las mismas actividades que los estudiantes que usaban la guía.

Una vez desarrolladas las actividades se pudo comprobar que los estudiantes que utilizaron correctamente la guía pudieron elaborar modelos lineales y cuadráticos de situaciones que se presentaban a su alrededor, mientras que los estudiantes que no usaron la guía solo resolvieron ecuaciones y no obtenían modelos matemáticos. A continuación se presentan las características de la investigación y la guía propiamente dicha

Palabras claves: Guía de auto instrucción, modelado matemático, funciones lineales, funciones cuadráticas.

ABSTRACT

The aim of this work is to develop and implement a guide to modeling linear and quadratic functions, for the Teachers of Mathematics I Baccalaureate Unidad Educativa Fiscal "Alejo Lascano", in Jipijapa city. The guide some suggestions for how teachers should use self-instruction guide their students perform.

To carry out research discussions, surveys and interviews with teachers and students of the same educational unit, as well as students and teachers from institutions that are close to the Educational Unit study were performed. To get the results two groups of students, one of them used the guide under the supervision of the teacher, and after it developed the activities proposed in the guide were used; the other control group developed a normal exhibition without student participation class, and after that the students developed the same activities that students using the guide.

Once developed the activities it was found that students successfully used the guide could produce linear and quadratic models of situations occurring around them, while students who did not use the guide just did not get solved equations and mathematical models. The characteristics of research and guidance presented itself.

Keywords: self-instruction guide, mathematical modeling, linear functions, quadratic functions.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación, tiene por objeto analizar los procesos con los que se trabajan en los colegios de Manabí con respecto a la aplicación de funciones lineales y cuadráticas en problemas de la vida diaria. El proceso que se llevará a cabo está destinado a resolver el problema de la desidia por parte de los estudiantes que cursan el Primero de Bachillerato. Se desarrollará una guía de auto instrucción que vaya zanjando los problemas que se puedan ir presentando con el avance de la asignatura.

En la guía se ha previsto la situación relacionada con la metodología de trabajo que normalmente se sigue en clases, esto es, el profesor explica y los estudiantes pasivamente escuchan. El actor principal en esa metodología es el docente, personaje que ya adquirió el conocimiento debido. Deseamos que el actor principal sea el estudiante, que sea él mismo quien forje su conocimiento. A continuación el detalle del trabajo.

1. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. Antecedentes de la Investigación

Antecedente científico

Los estudiantes de secundaria en general tienen ciertos inconvenientes al expresar sus ideas matemáticas en símbolos algebraicos, de manera que, se trata de que los recursos tecnológicos lleguen también a las clases de Matemáticas (Cedillo y Valentín, 2013), considerando la escasez de textos que contengan herramientas que sirvan de soporte para este trabajo conjunto, esto es, tecnología sumada con recursos pedagógicos adecuados a cada contexto. En el libro Desarrollo del Pensamiento Algebraico de Cedillo y Valentín, se hace una presentación de hojas de trabajo que servirán de soporte para el docente y para el estudiante en varios tópicos de la Matemática. El tema central del texto es el de expresar en símbolos las ideas, que pueden presentarse en modelos lineales, cuadráticos, racionales, raíz cuadrada y trigonométrica.

Existen muchos programas de computadora, simuladores, graficadores, etc., que pueden ayudar mucho en la enseñanza de las Matemáticas, sobre todo en lo que respecta a la representación gráfica de funciones lineales o funciones cuadráticas. Estas funciones son de vital importancia porque en nuestro diario convivir se presentan situaciones que se pueden describir por medio de estas, y la visualización de las gráficas ayuda mucho en la comprensión del fenómeno representado. Corremos el riesgo de estancarnos (Alfonzo, 2011) si educamos a personas con el criterio del uso del conocimiento para una situación inmediata y no a largo plazo, por lo tanto se debe dotar al estudiante de herramientas y recursos cognoscitivos para que pueda desenvolverse en una realidad mediata, en un entorno que no necesariamente es el mismo en el que se formó. La investigación de Zully Alfonzo, muestra que para poder desarrollar herramientas adecuadas en el modelado de funciones lineales y cuadráticas se puede utilizar como recurso de vital importancia al ordenador; instrumento tecnológico que debe usarse de manera lógica y secuencial. Se debe desarrollar hábitos en los estudiantes sobre el uso del ordenador, es decir el uso debe ser siempre asistido por el docente.

La experiencia y las investigaciones desarrolladas en diversas universidades nacionales y extranjeras, muestran que los estudiantes secundarios arrastran ciertas concepciones acerca de las funciones, como recurso para modelar situaciones del entorno (Lávaque, Mendez y Villarroel, 2014). Y esas concepciones son el producto del uso inadecuado del concepto de función, y consecuentemente este uso no adecuado se torna en base de los demás conceptos de funciones, y el modelado de ellas también forma parte de este proceso.

En base a los resultados que las investigaciones han mostrado, se ha considerado desarrollar varias actividades, que motiven a los estudiantes y que los dote de herramientas que les permita plantear modelos de diverso tipo. Se pueden desarrollar actividades que vayan de la mano con los juegos, con la animación de imágenes, con figuras atractivas a los estudiantes de cierta edad. (Machiunas, 2014).

Antecedentes históricos.

En el sistema de educación ecuatoriano, en general, se ha dejado de lado el modelado matemático lineal o el cuadrático, o el bien conocido problemas de aplicación de ecuaciones lineales o ecuaciones cuadráticas, por tener muchos inconvenientes, dentro de los cuales se encuentra el hecho de que al estudiante se le complica mucho el traducir del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Hacer el bosquejo de una situación real como por ejemplo la venta de varios objetos de la misma especie, o realizar una representación por medio de una recta o parábola en el plano cartesiano. En las ciudades más desarrolladas del País el tratamiento es, por así decirlo, más riguroso. Esto quiere decir que en ciudades como Guayaquil o Quito se considera de importancia fundamental el estudio de las aplicaciones de las funciones lineales y cuadráticas en el medio que se desenvuelve el estudiante.

Fundamentalmente las aplicaciones de las funciones lineales, en Guayaquil o Quito, son de tipo geométrico, administrativo y científico. En otras ciudades, no tan desarrolladas, pertenecientes a otras provincias como Manabí el tratamiento de las funciones y sus aplicaciones es superficial. Por superficial intentamos decir que en estas ciudades el tratamiento que se le da es el siguiente:

- Se resuelven ecuaciones lineales, de tipo entero, y en muy pocos casos fraccionarias.
- Se resuelven ecuaciones cuadráticas, al igual que las lineales, de forma entera y no de otros tipos.
- Se representan gráficas de funciones lineales y funciones cuadráticas en el plano cartesiano.

Como se observa, el proceso consiste en resolver ecuaciones y graficar dichas ecuaciones, pero se deja de lado la aplicación en situaciones relevantes al mundo que rodea a los estudiantes, y que los vincula a la sociedad. Y esta realidad manabita es generalizada, de modo que en los colegios cercanos al colegio en el que se desarrollará la investigación, en la ciudad de Jipijapa, la situación es igual. Existe una situación adicional que influye mucho sobre el aprendizaje de los estudiantes, no ven una aplicación cercana de las Matemáticas con los problemas que los rodean. Hay un divorcio de las Matemáticas con la tecnología, no por falta de motivación en los docentes, sino por la realidad socio – económica en la que se desenvuelven los estudiantes. No existen los recursos visuales que reemplacen al interactuar de los estudiantes con el medio.

Si extendemos el estudio hacia los demás cantones manabitas obtendremos un resultado parecido, de modo que esta investigación es aplicable a la provincia de Manabí, en general.

1.2. Problema de investigación

1.2.1. Planteamiento del problema

Los estudiantes de I de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal "Alejo Lascano" (UEFAL), en el año lectivo 2014 – 2015, tienen bajo rendimiento en aplicación de las funciones lineales y cuadráticas, debido a que no cuentan con las herramientas académicas adecuadas para poder aprender. Los libros de Matemáticas muchas veces presentan los temas de una manera muy abstracta, lo cual hace que ese contenido sea incomprensible para el estudiante que lo estudia, y aquí es donde debe mediar el docente, recurriendo a todo tipo de herramientas para desarrollar las habilidades en los estudiantes.

1.2.2. Formulación del problema de investigación.

¿Cómo influye la aplicación de una guía didáctica, en el aprendizaje de modelado de funciones lineales y cuadráticas de los estudiantes de I de Bachillerato, de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano”, de Jipijapa?

1.2.3. Sistematización del problema

Los factores que se relacionan con el proceso de enseñanza aprendizaje del modelado de funciones lineales y cuadráticas son:

- Participación del docente en el Proceso Enseñanza – Aprendizaje (PEA).
- Participación del estudiante en el PEA.
- Facilidades que la Institución presta para el PEA.
- Soporte que recibe el estudiante en casa para el PEA.
- Aporte del medio en el que se desenvuelve el estudiante al PEA.

Participación del docente en el PEA.

- ¿Cuál es la metodología utilizada por el docente de I de Bachillerato, al momento de realizar la investigación, en la enseñanza de modelos lineales y cuadráticos?

Participación del estudiante en el PEA.

- ¿Cuáles son las habilidades que el estudiante de I de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano” (UEFAL) ha desarrollado para el planteamiento de modelos lineales y cuadráticos?

- ¿Qué herramientas pedagógicas elabora el docente para el uso del estudiante de I de Bachillerato de la UEFAL para relacionar ciertos problemas del entorno con modelos matemáticos?

- ¿Cuál es el grado de interés que el estudiante de I de Bachillerato de la UEFAL demuestra al plantear modelos lineales o cuadráticos?

Facilidades que la institución presta para el PEA.

- ¿Cuál es el tipo de vinculación que la UEFAL desarrolla con la comunidad, que le permite al estudiante de I Bachillerato plantear modelos lineales y cuadráticos?

- ¿Cómo garantiza la UEFAL la implementación de la guía pedagógica para el aprendizaje de modelado lineal y cuadrático?

Soporte que recibe el estudiante en casa para el PEA

- ¿Cuál es la ayuda que recibe el estudiante de I de Bachillerato de la UEFAL por parte de las personas con las que vive?

- ¿Existen personas adultas que supervisan el trabajo académico del estudiante de I de Bachillerato de la UEFAL?

Aporte del medio en el que se desenvuelve el estudiante al PEA

- ¿Qué problemas presenta el medio en el que se desenvuelve el estudiante de I de Bachillerato de la UEFAL?

1.3. Objetivos de la investigación

1.3.1. Objetivo general.

Lograr que los estudiantes de I de Bachillerato de la UEFAL, elaboren modelos lineales y cuadráticos de situaciones reales de su entorno, por medio del uso de una guía de auto aprendizaje elaborada por los investigadores, para sentar las bases de todo el modelado Matemático.

1.3.2. Objetivos específicos.

Diseñar y elaborar una guía de auto aprendizaje, para los estudiantes de I de Bachillerato, de la UEFAL, que contenga los lineamientos para el modelado de funciones lineales y cuadráticas.

Aplicar la guía de auto aprendizaje elaborada, en estudiantes de I de Bachillerato de la UEFAL.

Comprobar que los estudiantes de I de Bachillerato de la UEFAL utilizan una metodología sistemática, para el modelado matemático lineal y cuadrático en situaciones diarias de su entorno.

1.4. Justificación de la investigación

Durante el proceso de aprendizaje de los conceptos matemáticos, los estudiantes de Bachillerato presentan muchas dificultades a la hora de traducir del lenguaje común (o lenguaje cotidiano) al lenguaje algebraico una determinada expresión presentada, de manera que, al observar esta dificultad hemos creído imperiosa la necesidad de tomar cartas en el asunto, desarrollando para ello un instructivo sencillo y básico que permita al estudiante de I Bachillerato sentar las bases del planteamiento de ecuaciones lineales y cuadráticas.

Al aprender los lineamientos básicos de planteamiento de ecuaciones para resolver problemas, el estudiante de Primero de Bachillerato formará una cultura en la resolución de problemas de aplicación, de manera que al relacionarlos con otros conceptos matemáticos, tales como funciones trigonométricas, funciones exponenciales, funciones logarítmicas, etc., no tendrá inconvenientes. Además, el estudiante mejorará su rendimiento en asignaturas similares a Matemáticas, en las que tenga que plantear problemas por medio de ecuaciones, tales como Química, Física, Economía, Biología, etc.

El procedimiento a seguir para llegar a la optimización de los recursos se fundamenta en la exposición de los conceptos fundamentales, de manera lúdica y expositiva, acompañado con un refuerzo, en el que interviene exclusivamente el estudiante, por medio de una guía auto instruccional, que será diseñada para el cabal cumplimiento de los objetivos propuestos en esta investigación. El docente solamente intervendrá como guía del proceso a seguir, y verificando que se cumpla el proceso al pie de la letra. No está de más el recordar que este estudio se centrará en los estudiantes del I de Bachillerato de un colegio de la Provincia de Manabí, y se contrastará con el procedimiento normal hasta la actualidad utilizado, que se fundamenta en un proceso exclusivamente expositivo por parte del docente.

Además de beneficiarse los estudiantes del I de Bachillerato, la Institución en sí misma se verá beneficiada por este estudio, dado que sus estudiantes de III de Bachillerato (dos años después de este estudio) lograrán ingresar a las diferentes universidades del País sin novedad alguna, luego de aprobar los exámenes de aptitud que propone la SENESCYT, que en su mayoría contienen problemas de tipo lógico – numéricos, acompañados de un conjunto de temas relacionados con problemas verbales, que serán resueltos de manera sencilla, debido a que el uso de la guía autoinstruccional proveerá de las herramientas literarias adecuadas para ello. En la actualidad los resultados del rendimiento de los exámenes de aptitud no son nada agradables, y eso ocurre a que no se ha dotado a los estudiantes de herramientas que utilicen al momento de enfrentarse a este tipo de pruebas.

De los estudiantes que rindieron la prueba de aptitud el 19 mayo de 2012, el 11,4% de ellos no ingresó, y como lo comenta el diario El hoy, con fecha 10 de junio de 2012: *"Los resultados del ENES mostraron que los aplicantes obtuvieron las notas más bajas en el área de razonamiento lógico."* (Diario El hoy, 2012, tomado de la versión electrónica) En este mismo artículo se presenta la diferencia de número de bachilleres de colegios fiscales, particulares y fiscomisionales que se presentaron a rendir la mencionada prueba: "*De los estudiantes que tomaron el ENES, 66 435 provenían de colegios fiscales, 27 843 de planteles privados, y 9 429 de colegios fiscomisionales o municipales"*. De ello es prueba que no solamente en las instituciones fiscales existen inconvenientes en la resolución de problemas en los que existe un planteamiento ordenado y lógico, y consecuentemente en el planteamiento de una ecuación, sea esta lineal o cuadrática.

Los resultados en los exámenes de exoneración (antes llamados de admisión o de ingreso) no son más halagüeños que los de aptitud, en el artículo aparecido en el diario El Universo el 19 de septiembre de 2012, en el examen tomado a estudiantes aspirantes a ingresar a la ESPOL, de los 432 estudiantes que se presentaron a rendir la prueba no aprobó ninguno, y lo más preocupante es que el promedio obtenido en esa prueba de conocimientos es de 24 sobre 100 puntos posibles, claro está que ese promedio incluye a Física y a Química, aparte de Matemáticas, pero como ya hemos indicado antes son materias o asignaturas que se apoyan entre sí, sobre todo Matemáticas es una ciencia que sirve como soporte a las otras dos. Mientras que en el examen de exoneración tomado en la Universidad de Guayaquil, de los aspirantes de las diferentes carreras relacionadas con Matemáticas, esto es Ciencias Administrativas, Ciencias Matemáticas y Físicas, Ingeniería Química, etc., solamente aprobó un estudiante, este dato fue obtenido del diario El Universo fechado el 20 de septiembre de 2012 (El Universo, 2012, tomado de la versión electrónica).

Todo lo que hemos expresado en los párrafos precedentes hacen que llevar a cabo esta investigación sea de gran importancia para los investigadores que la realizaremos.

Ayudaremos a muchos estudiantes de I de Bachillerato a nivel nacional, puesto que este documento reposará en la Biblioteca de esta importante universidad, y será un material de consulta muy útil, tanto para docentes así como para los estudiantes.

1.5. Marco de referencia de la Investigación

1.5.1. Marco teórico

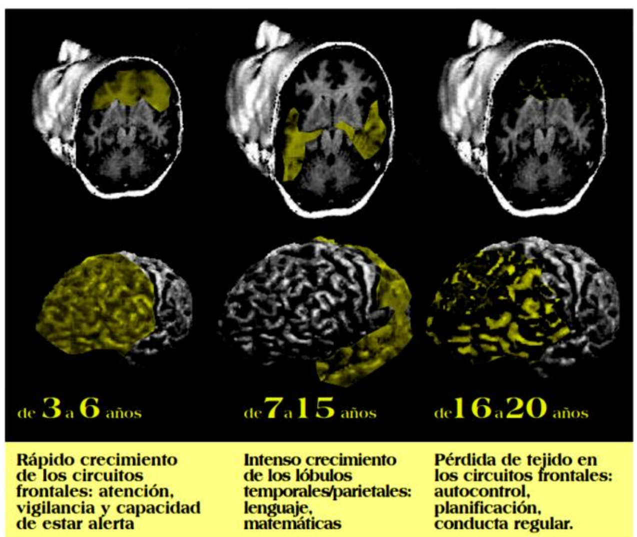
1.5.1.1. El aprendizaje de las Matemáticas en los adolescentes.

En la actualidad, los adolescentes han creado una cultura sobre la comunicación con sus pares o similares, utilizan con mucho énfasis el celular y las aplicaciones que estos puedan utilizar. Es la web utilizada frecuentemente para la consulta de tareas, para envío y análisis de documentos con los compañeros de ciertas asignaturas, tanto a nivel colegial, así como a nivel universitario. Los adolescentes tienen un apego hacia el uso de ciertas aplicaciones tecnológicas, en los que existen temáticas de interés para ellos, de diversos tipos. Si bien es cierto, el escenario de aprendizaje está cambiando, pero no necesariamente la manera en que el cerebro procesa la información, de modo que nos apegaremos hacia el estudio sicológico del cerebro, como el “ordenador humano”, el que recepta la información, la procesa y emite un análisis de la información recibida. No se debe confundir las maneras de cómo una persona aprende con los medios que utiliza para lograr el aprendizaje.

Los adolescentes siempre buscan modelos a seguir, y normalmente ese modelo inicialmente es su padre o su madre, podemos decir, entonces, que el adolescente buscará en la mayoría de los casos un modelo adulto para lograr el aprendizaje de cierta temática, que se apegue a sus convicciones o creencias; buscará un ambiente en el que se sienta confortable, en el que se sienta tomado en cuenta, en el que se sienta con los recursos para aprender. Toda persona, incluyendo a los adolescentes aprende haciendo, sobre todo si son contenidos o conceptos que se relacionan con temas de su interés. Cuando el adolescente toma participación activa en un determinado aprendizaje queda grabada esa información de manera duradera.

En el momento en que el adolescente desea concentrarse en un tema específico, llegan a su mente otras cosas más, como sus problemas personales con sus padres, o su novia, o el juego de fútbol de su equipo preferido, entre otras cosas (revista electrónica muy interesante, 2010), de manera que el docente debe utilizar mecanismos que llamen su atención más que lo que lo hacen sus cosas personales. Por esta razón es que el docente de un grupo adolescente debe ser dinámico, creativo y motivador, para que su grupo de estudiantes avance con él. Y además, debe elaborar material que permita que el adolescente avance a su propio ritmo, y que entienda en lenguaje sencillo lo que se desea aprender, y gradualmente se agregue la terminología técnica del tema tratado.

Figura # 1



Evolución del cerebro en las diferentes etapas del crecimiento.

Tomado de Adolescencia: Una etapa fundamental. UNICEF, febrero 2013

Los adolescentes gustan de la tecnología digital, gustan de los deportes, gustan de juego, de ahí que los docentes de las áreas más áridas en el mundo del Bachillerato deben utilizar recursos que usen estos gustos. La metodología en la educación ha cambiado mucho desde que nosotros estábamos en las aulas hasta estos días, el estudiante actual es muy activo, a diferencia de aquel que era pasivo, se aburre fácilmente si no hay algún dispositivo electrónico de por medio, procesa la información de una manera diferente, en función de los recursos que utiliza para ello, por esta razón debemos replantear el uso de recursos materiales que se usen al momento de enseñar matemáticas. Cabe aclarar aquí que los estudiantes de I de Bachillerato de la UEFAL, son estudiantes de recursos económicos medios, con tendencia a ser de recursos bajos, por lo que no todos los estudiantes cuentan con una computadora, y consecuentemente no es conveniente el uso indiscriminado de recursos informáticos.

El sicólogo suizo Jean Piaget aportó con mucha información sobre la manera en que el niño adquiere la información, posteriormente la procesa y aplica en su entorno. Con su estudio se deja de lado el pensamiento equivocado de la época, fines del siglo 19 e inicios del siglo 20, de que el niño es un adulto pero de dimensiones más pequeñas que el adulto (Meece, 2000). Por lo tanto, debemos considerar la evolución del niño hacia la adolescencia en los procesos de aprendizaje en general, y posteriormente el hecho de que las operaciones lógico – aritméticas pueden incrementarse según el niño crece.

En esta investigación nos centraremos específicamente en niños mayores a doce años, esto es, nos centraremos en el niño que se encuentra en la etapa de las operaciones formales (Rafael, 2009), y que consecuentemente tendrá las herramientas básicas para desarrollar operaciones algebraicas, y luego de manejar operaciones básicas como sumas y productos de polinomios, se podrá interiorizar el proceso de modelado en funciones lineales y funciones cuadráticas.

El niño que se encuentra entre los dos y cuatro años comienza a comprender el concepto de número, y sin tener muchas explicaciones formales, ya sabe que 2 es más que 1, o sea discrimina el concepto de orden numérico, sin necesidad de una recta numérica. Entre los cuatro y siete años el niño comienza a aprender operaciones básicas con números, y es ya entre los siete y once años que el niño comienza a desarrollar operaciones lógicas, y a relacionarlas con el medio en el que se desenvuelve (Anónimo, 2014).

Podemos observar que de acuerdo al estudio desarrollado por Piaget, el desarrollo de las habilidades intelectuales del niño pasa por un proceso universal, o sea, no existe distingo de raza, color, sexo, nivel socio económico (Anónimo, 2014), entre otros, para que ese desarrollo se lleve a cabo. Por esta razón se puede generalizar el conocimiento de acuerdo a la madurez del estudiante sobre el que se pretende hacer la investigación.

De acuerdo a la investigación realizada por González – Pienda, Núñez, Álvarez, González, González – Pumariega y Roces:

> En la actualidad la mayoría de las Ciencias, incluso las ciencias humanas y sociales, como la psicología o la economía tienen cada vez más un carácter matemático. Las Matemáticas se usan en el deporte, en la dietética, en la distribución y organización del tráfico, en el control de las poblaciones, … Sin embargo, en el área de las matemáticas se concentra el mayor número de dificultades y fracasos académicos y esta materia actúa como "filtro selectivo" básico en todos los sistemas educativos (Gonzáles et al . 350)

Lo anterior indica que el estudiante debe aprender matemáticas para comprender los fenómenos de tipos social, económico, político, científico que a su alrededor se están dando, así que el estudiante aprenderá del medio del que se rodea. Esto indica que el adolescente aprende en función del medio en que se desenvuelve. El adolescente de I de Bachillerato se encuentra en una transición, de niño a adulto, de modo que aún se encuentra en una etapa lúdica, en la que el aprendizaje es de manera visual, de manera concreta de las cosas que a su alrededor suceden.

El aprendizaje de los estudiantes, incluyendo a los adolescentes, siempre depende del conocimiento precedente, de modo que es importante para el estudiante una retroalimentación del tema. Adicionalmente, el material que el docente haya seleccionado para el contenido a aprender debe ser elaborado en función de las diferencias individuales que todo adolescente, y persona en general posee. El material elaborado por el docente, debe contener las características de globalización a la que todos debemos acceder.

1.5.1.2. Modelos matemáticos lineales y cuadráticos.

1.5.1.2.1. ¿Qué es una función lineal?

Es una función, cuya gráfica en el plano cartesiano es una recta (Sullivan, 2008, pp. 253). A continuación se presentan varios ejemplos de funciones lineales.

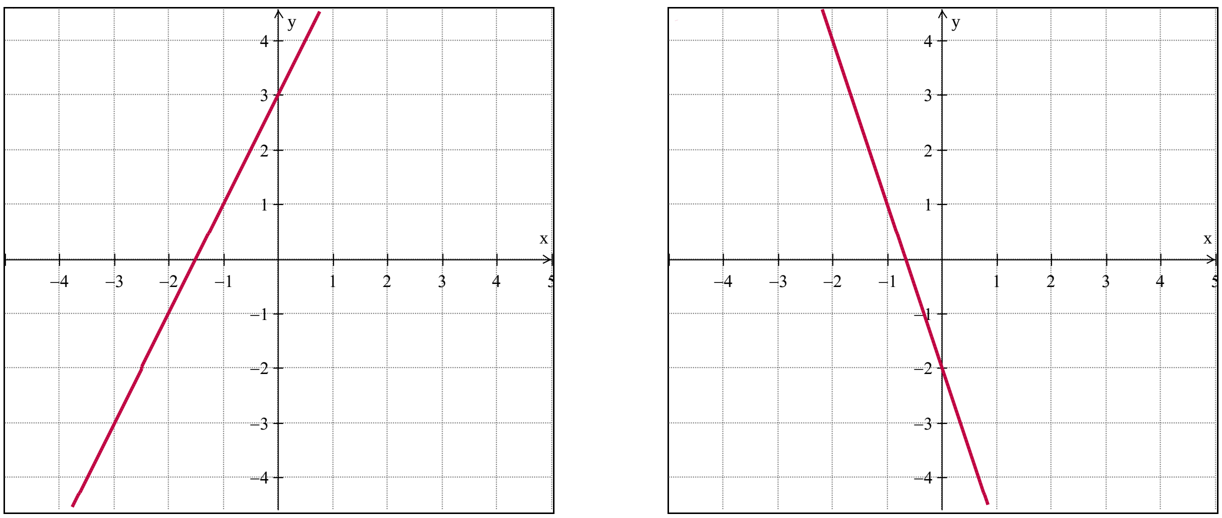


Figura 2.
Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

Hay también gráficas de rectas en el plano cartesiano que no son funciones lineales.

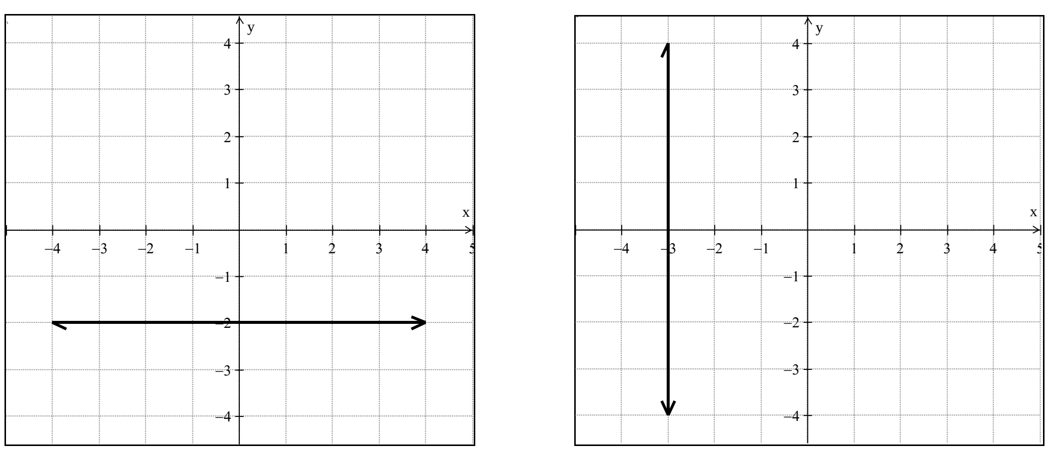


Figura 3
Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

1.5.1.2.2. Pendiente de una función lineal.

Como se estudió en el tema anterior, 1.5.1.3.1, las rectas que NO son verticales y que NO son horizontales son las funciones lineales (Sullivan, 2008, pp. 253).

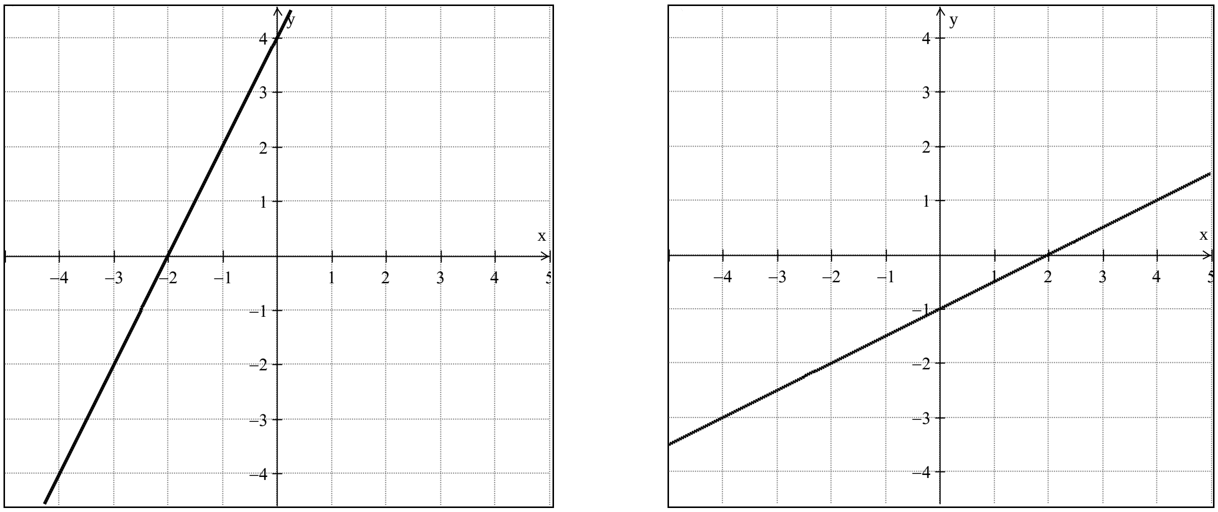


Figura 4.
Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

Las rectas que se inclinan como las mostradas en la figura 4 tienen **pendiente positiva**. Mientras que las rectas inclinadas como las mostradas en la figura 5 tienen **pendiente negativa**.

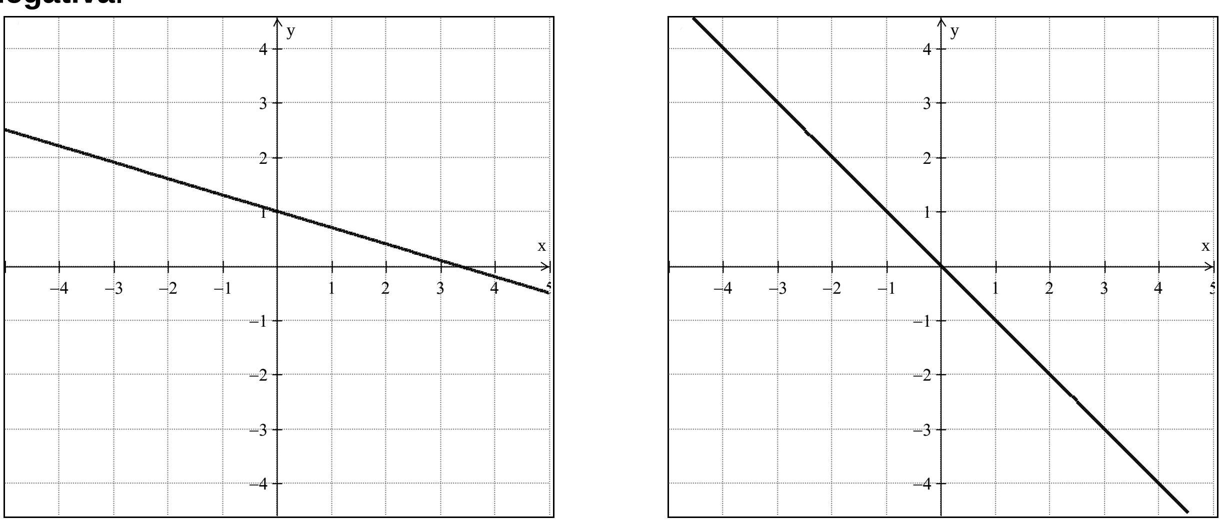


Figura 5.
Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

1.5.1.2.3. Forma general de la función lineal.

Ordenada al origen.

La representación algebraica de una función lineal es f(x) = ax + b. Los valores "a" y "b" que aparecen en la representación de una función lineal se denominan constantes. La constante "b" es la ordenada al origen de la función lineal, y es el lugar por donde corta o interseca la recta al eje y (Swokowski, E., 2009, pp. 185 – 186).

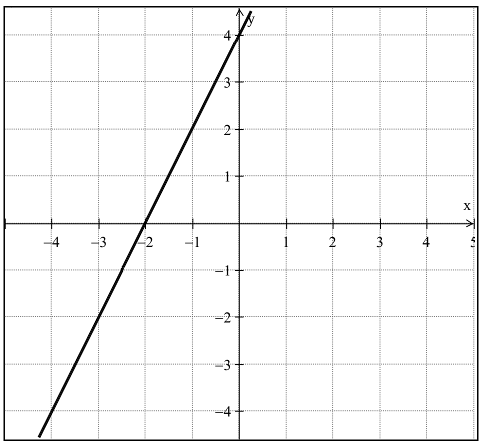


Figura 6.a.

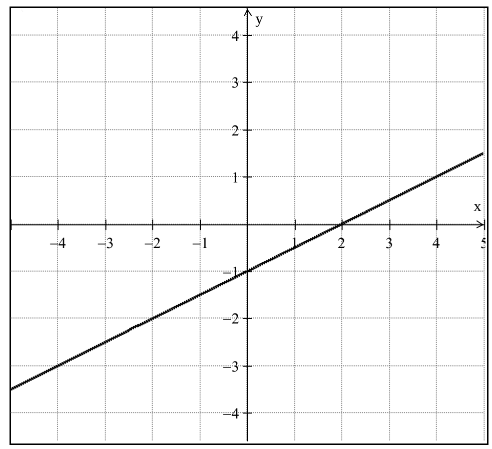


Figura 6.b.

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

En la figura 6.a. la ordenada al origen es b = 4; mientras que la ordenada al origen en la figura 6.b. es b = – 1.

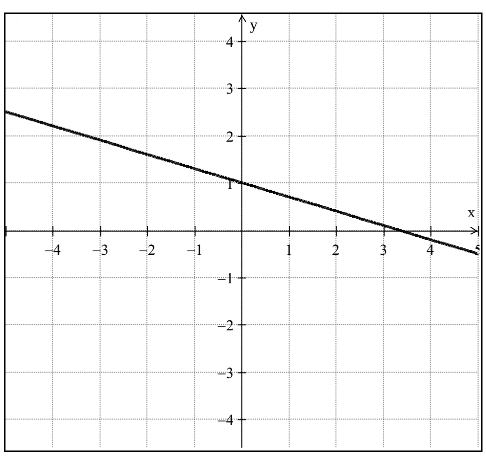


Figura 7.a.

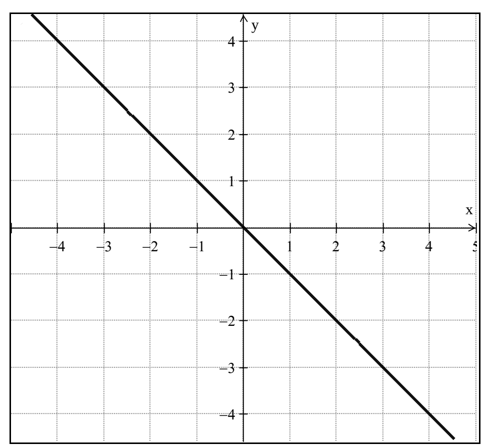


Figura 7.b.

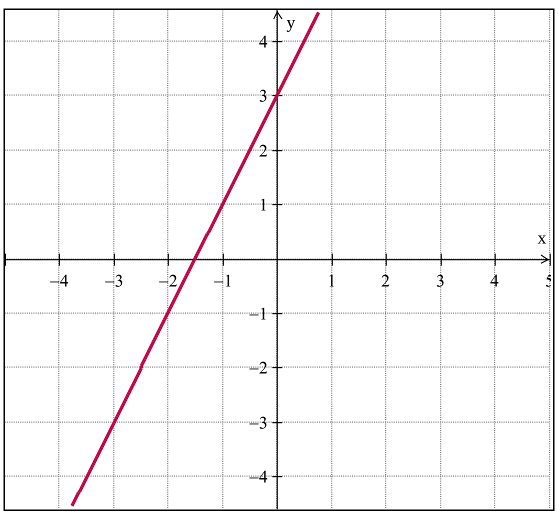
Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

En la figura 7.a. la ordenada al origen es b = 1; mientras que la ordenada al origen en la figura 7.b. es b = 0.

Cálculo de la pendiente de una recta.

La pendiente de una recta se simboliza matemáticamente con la letra “m”, o con la letra “a” en la expresión general para la función lineal. La pendiente se calcula siempre que tengamos dos puntos conocidos de una recta (Swokowski, E., 2009, pp. 159). La forma de calcularla es usando la fórmula siguiente:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



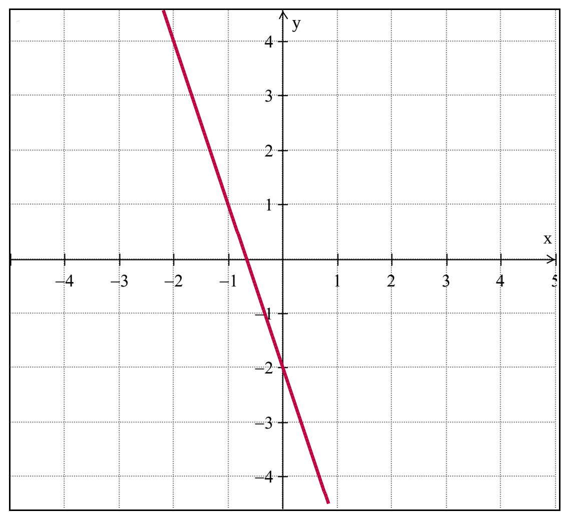


Figura 8a. Figura 8 b.

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

Calcularemos la pendiente de las rectas que se presentan en la figura 8. En la figura a podemos tomar los datos de dos pares ordenados, un par ordenado puede ser (– 2; –1) y otro par ordenado que podemos tomar es (0; 3). Con los dos pares ordenados anteriores encontramos la pendiente de la recta.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{3-(-1)}{0-(-2)} = \frac{4}{2}$$
$$m = 2$$

Para la recta que aparece en la figura 8b, los pares ordenados que tomaremos como referencia son (– 2; 4) y (0; – 2). La pendiente será entonces:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$m = \frac{-2-4}{0-(-2)} = \frac{-6}{2}$$
$$m = -3$$

La ecuación general de las rectas que se muestran en la figura 8 son:

Ecuación de la recta de la figura 8a.
y = 2x + 3
f(x) = 2x + 3

Ecuación de la recta de la figura 8b.
y = – 3x – 2
f(x) = – 3x – 2

1.5.1.2.4. Aplicación de funciones lineales.

EJEMPLO 1

Una empresa de ventas de teléfonos celulares le ofrece al empleado el siguiente plan de pago, de acuerdo al número de teléfonos vendidos. Si no vende ningún teléfono el pago que recibirá será de $ 50, y por cada teléfono que venda recibirá veinte dólares más, si se hace una tabla de valores, desde cero teléfonos vendidos hasta diez teléfonos tendríamos los siguientes valores.

Número de teléfonos	Pago a recibir ($)
0	50
1	70
2	90
3	110
4	130

5	150
6	170
7	190
8	210
9	230
10	250

Tabla 1

Al trazar la gráfica de los puntos que se presentan en la tabla anterior tendremos una línea recta, la misma que se muestra en la figura 9.

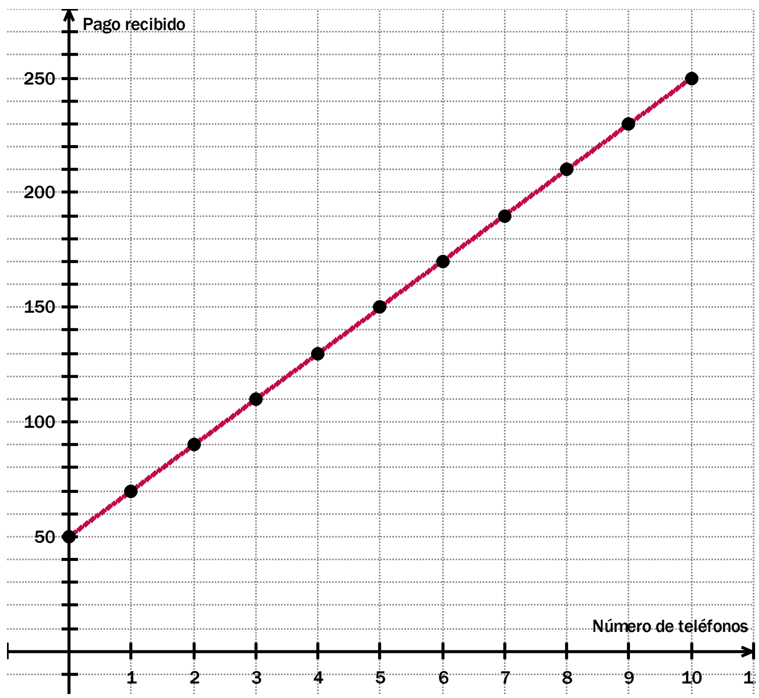


Figura 9
Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

Al representar la gráfica anterior por medio de una ecuación se lo hace por medio de la expresión f(x) = ax + b. La expresión anterior se analizó en detalle en las páginas anteriores.

Recordemos las partes de la función lineal, cómo obtener la forma general de ella y cómo graficarla de manera sencilla. En la expresión f(x) = ax + b, "a" es la pendiente de la recta, y se la puede calcular por medio de la expresión

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Para los datos mostrados en la tabla 1, calcularemos la pendiente de la recta.

$$a = \frac{(210 - 130)\textit{dólares}}{(8 - 4)\textit{teléfono}}$$
$$a = \frac{80}{4}$$
$$a = 20\textit{dól}/\textit{tel}.$$

Hemos tomado dos puntos cualesquiera de la tabla mostrada, siempre el resultado será el mismo. En la expresión f(x) = ax + b, “b” es la ordenada al origen, y es el valor donde la recta cruza por el eje de las Y, o sea, es el valor de Y cuando X vale cero. De la gráfica anterior podemos observar que ese número es 50. Con el proceso anterior ya podemos formular la forma general para la situación mostrada antes, esto es, a = 20 y b = 50, por lo tanto la expresión de la función lineal es, f(x) = 20x + 50.

EJEMPLO 2

Al nacer, Rebeca pesa 10 libras (lb), y tres años después alcanza 30 lb. Los médicos suponen que el peso W (en lb) en la infancia está relacionado linealmente con la edad t (en años).

(a) Exprese el peso de Rebeca, W, en función de t.
(b) ¿Cuál será el peso de Rebeca, cuando tenga 6 años?
(c) ¿A qué edad pesará Rebeca 70 lb?
(d) Trace una gráfica para la relación del peso del Rebeca con su edad, desde que nació hasta los 12 años.

<u>SOLUCIÓN</u>

a) La representación general de la función es W(t) = at + b; aquí W(t) significa que el peso estará expresado en función del tiempo, t, en años. Cuando Rebeca nació el tiempo es t = 0, y W(0) es el peso en ese instante, o sea, 10 lb.

W(0) = a(0) + b
10 = b

El valor hallado es la ordenada al origen, con el otro dato dado en el enunciado hallaremos el valor de “a”, W(3) es el peso de Rebeca a los tres años, o sea t = 3, y esto es 30 libras.

W(3) = a(3) + 10
30 = 3a + 10
30 – 10 = 3a

20 = 3a
a = 20/3
Las unidades de “a” son lb/año.

$$W(t) = \frac{20}{3}t + 10$$

b) A los 6 años, t = 6, y el peso será W(6)

$$W(6) = \frac{20}{3}(6) + 10$$
$$W(6) = 20(2) + 10$$
$$W(6) = 40 + 10$$
$$W(6) = 50$$

c) Aquí no sabemos para qué tiempo, t, el peso de Rebeca es 70 lb.

$$W(t) = \frac{20}{3}t + 10$$
$$70 = \frac{20}{3}t + 10$$
$$70 - 10 = \frac{20}{3}t$$
$$60 = \frac{20}{3}t$$
$$\frac{60(3)}{20} = t$$
$$t = 9$$

A los nueve años Rebeca pesará 70 lb.

d) Con los datos obtenidos trazamos la respectiva gráfica.

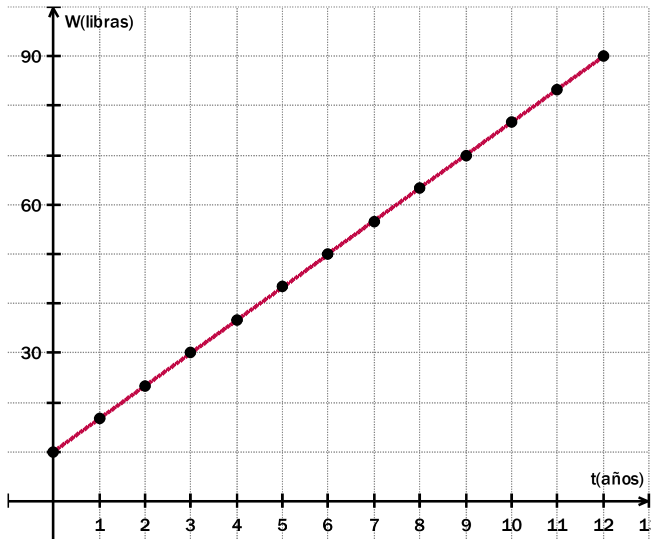


Figura 10

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

EJEMPLO 3

Miranda hace un préstamo de $ 8250, y pagará mensualmente $ 125 hasta cancelar totalmente la deuda.

a) Encuentre la relación entre la deuda, P en dólares, y el tiempo, t, en meses que demorará en pagar Miranda.
b) ¿Después de cuántos meses Miranda deberá $ 5000?
c) Trace la gráfica que muestra la relación entre P y t.

SOLUCIÓN

a) Cuando t = 0 meses Miranda debe $ 8250, t = 1 mes Miranda debería 8250 – 125 = $ 8125, con los dos valores encontrados encontraremos la pendiente de la recta

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{8125 - 8250}{1 - 0} = -125 dol/mes$$

Por lo tanto la ecuación de la recta que representa a la función sería

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x) = -125x + 8250$$

b) Con la función encontrada encontramos el dato solicitado

$$f(x) = -125x + 8250$$

$$5000 = -125x + 8250$$

$$-3250 = -125x$$

x = 26 meses o lo que es lo mismo dos años y dos meses

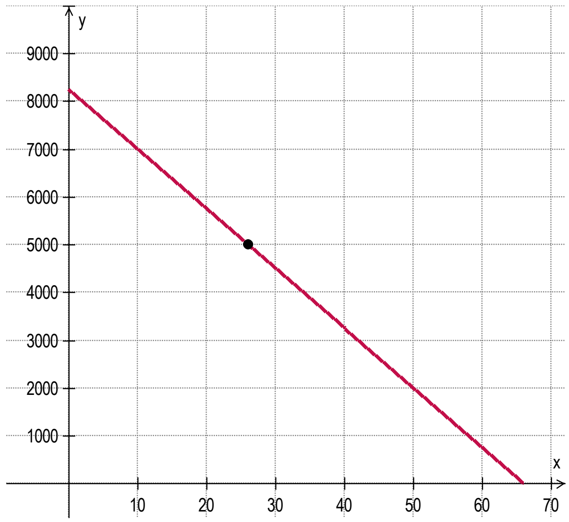


Figura 11

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

1.5.1.2.5. Funciones cuadráticas

A la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$ se la denomina función cuadrática, y tiene muchas aplicaciones en varias ramas de la ciencia. Primero haremos el análisis de la representación gráfica de la función, y luego estudiaremos las diversas aplicaciones de la misma (Swokowski, E., 2009, pp. 213).

EJEMPLO 1

Trazar la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 + x – 3$. Si hacemos una tabla de doble entrada

X	Y
- 5	42
- 4	25
- 3	12
- 2	3
- 1	- 2
0	- 3
1	0
2	7
3	18
4	33
5	52

Tabla 2

Al trazar la gráfica de los puntos que se presentan en la tabla anterior tendremos una curva llamada parábola, la misma que se muestra en la figura 12.

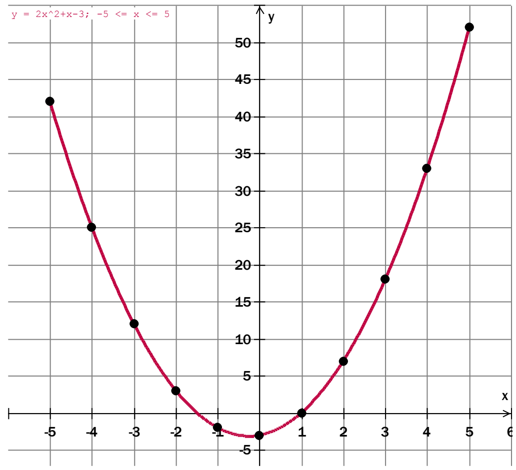


Figura 12

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

A partir del siguiente ejemplo comenzaremos a analizar el comportamiento de la gráfica, según los valores a, b o c en la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$.

EJEMPLO 2

Realizaremos el siguiente gráfico, $f(x) = - x^2 + 5x + 14$

X	Y
- 5	- 36
- 4	- 22
- 3	- 10
- 2	0
- 1	8
0	14
1	18
2	20
3	20
4	18
5	14

TABLA 3

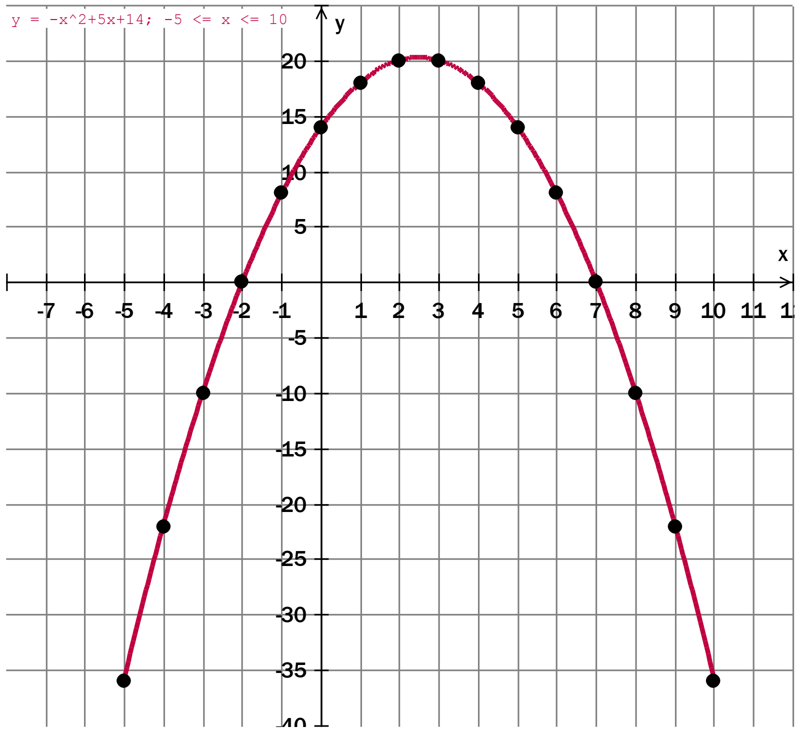


Figura 13

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

En detalle analizaremos las características de la gráfica de la figura 13 y la comparamos con la anterior.

- Si x = 0 la gráfica pasa por el eje y, y el valor de “y” coincide con c en la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$, esto quiere decir que basta con que observemos el valor de c, lo graficamos en el eje y cuando x es cero (Swokowski, E., 2009, pp. 213).

- Si “a” es positivo la parábola se abre hacia arriba, y si es negativo, se abre hacia abajo (Swokowski, E., 2009, pp. 213).

- La parábola tiene un punto máximo si se abre hacia abajo, y uno mínimo si se abre hacia arriba, al que se llama vértice (Swokowski, E., 2009, pp. 213).

En la siguiente gráfica aplicaremos lo dicho anteriormente, y agregamos la manera en que se calcula el vértice.

El vértice de una parábola se calcula expresando la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, a la que se llama forma o expresión general, en la forma **<u>canónica</u>** $f(x) = a(x - h)^2 + k$ (Swokowski, E., 2009, pp. 214 – 217). El valor h se lo calcula de la siguiente manera

$$h = -\frac{b}{2a}$$

Para encontrar k, reemplazamos el valor de h en la expresión general. Comprobemos lo dicho en el siguiente ejercicio.

EJEMPLO 3

Trace la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 - 8x + 11$

- Encontramos primero el vértice de la parábola

$$h = -\frac{b}{2a}$$

$$h = -\frac{-8}{2(2)} = 2$$

- Alrededor de x = 2 es suficiente tomar tres puntos y graficar, observe que al alejarnos una unidad del vértice en el eje x, o sea en x = 1 y en x = 3, los valores en "y" son los mismos; lo mismo ocurre en x = 0 y en x = 4, que están a dos unidades del vértice en el eje x. Por eso hemos trazado una línea punteada, a la que se le llama eje de simetría, para hacer notar que el vértice divide en dos partes iguales a la parábola.

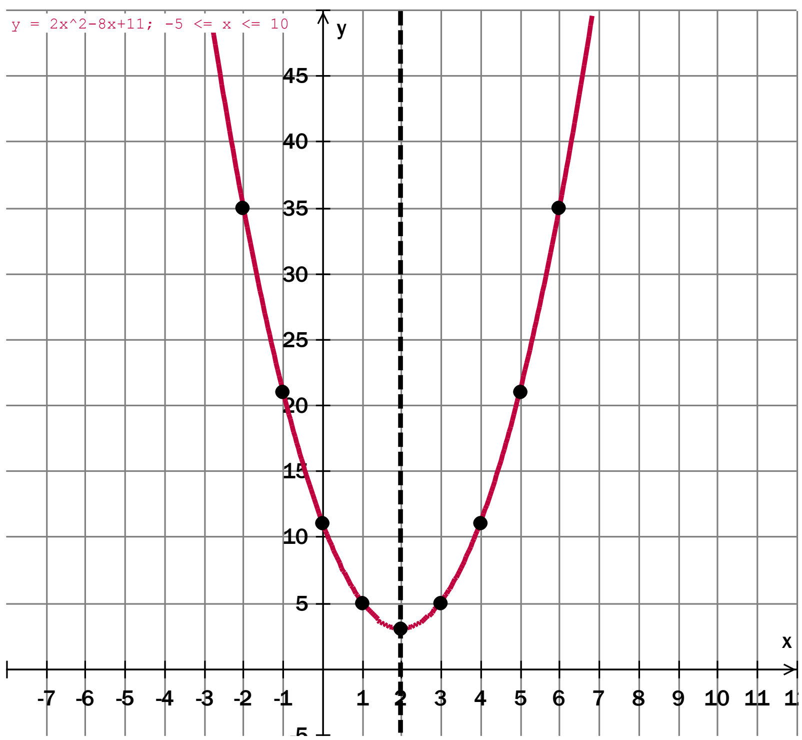


Figura 14

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

- Se ha colocado a continuación una tabla de doble entrada para observar los datos graficados.

X	Y
- 5	101
- 4	75
- 3	53
- 2	35
- 1	21
0	11
1	5
2	3
3	5
4	11
5	21

Tabla 4

1.5.1.2.6. Aplicación de Funciones cuadráticas

EJEMPLO # 1

JC hace la compra de un terreno rectangular, el cual debe cercarlo con mallas de acero. El perímetro del terreno es de 60 m. Calcule los valores de las dimensiones del terreno y del área máxima del mismo

<u>SOLUCIÓN</u>

El perímetro, P, de una figura geométrica es igual a la longitud del contorno, en este caso es la suma de los lados del rectángulo.

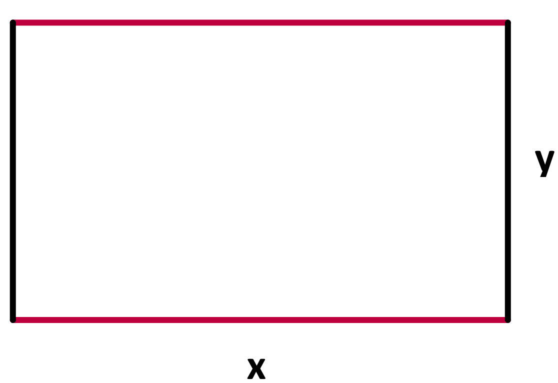


Figura 15

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

P = 2 x + 2 y	[Perímetro del rectángulo]
2x + 2y = 60	[Reemplazo de las variables]
x + y = 30	[Se divide la ecuación por 2]
y = 30 – x	[Se despeja una de las dos variables]

A = base × altura	[Área del rectángulo]
A = x (y)	[Reemplazo de las variables]
A = x(30 – x)	[Reemplazo de la variable y]
A(x) = 30x – x^2	[Función área de rectángulo, A(x), en función de la variable x]
A(x) = – x^2 + 30 x + 0	[Función cuadrática reordenada]
a = – 1, b = 30 y c = 0	[Valores de a, b y c de la función f(x) = ax^2 + bx + c]
$h=-\frac{b}{2a}$ $h=-\frac{30}{2(-1)}=15$	[Cálculo de la coordenada x del vértice de la parábola]
$k=f(h)=f(15)$ $k=-15^2+30(15)$ $k=225$	[Cálculo de la coordenada y del vértice de la parábola]

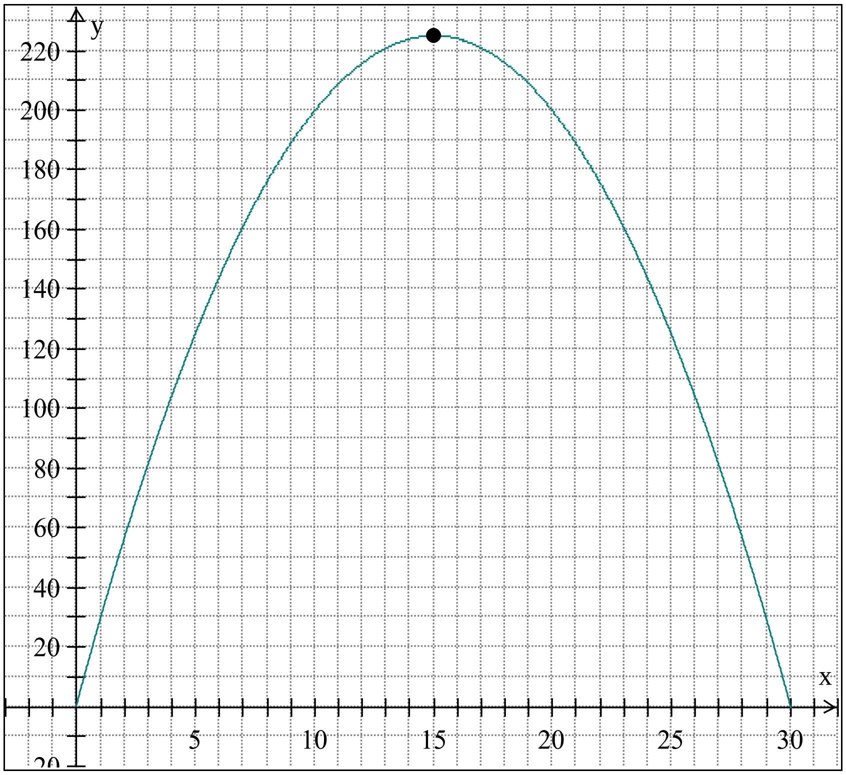


Figura 16

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

En la figura 16 se muestra la gráfica de la parábola se presenta el punto máximo de la parábola, que es al mismo tiempo el valor máximo del área del terreno.

EJEMPLO 2

Si el terreno que se desea comprar tiene uno de sus lados paralelos a la orilla de un río, calcule el valor del área máxima que se podrá tener, si el perímetro así formado sigue siendo 60 m.

SOLUCIÓN

El perímetro contiene ahora a tres lados del rectángulo y no a cuatro lados, como se muestra en la figura 17.

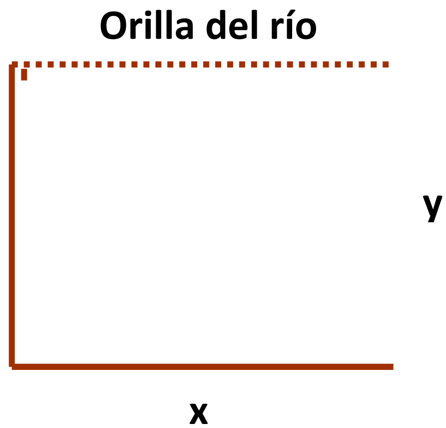


Figura 17

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

P = x + 2 y [Perímetro del rectángulo]

x + 2y = 60 [Reemplazo de las variables]

x = 60 – 2y [Se despeja la variable x]

A = base × altura [Área del rectángulo]

A = x (y) [Reemplazo de las variables]

A = y(60 – 2y) [Reemplazo de la variable x]

$A(x) = 60y - 2y^2$ [Función área de rectángulo, A(y), en función de la variable y]

$A(x) = -2x^2 + 60y + 0$ [Función cuadrática reordenada]

a = – 2, b = 60 y c = 0 [Valores de a, b y c de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$]

$$h = -\frac{b}{2a}$$

$$h = -\frac{60}{2(-2)} = 15$$

[Cálculo de la coordenada x del vértice de la parábola]

$$k = f(h) = f(15)$$

$$k = -2(15)^2 + 60(15)$$

$$k = 450$$

[Cálculo de la coordenada y del vértice de la parábola]

Si se compara el resultado de este valor con el del problema anterior, se observa que se ha duplicado. Eso se lo muestra también en la gráfica de la función cuadrática que aparece en la figura 18.

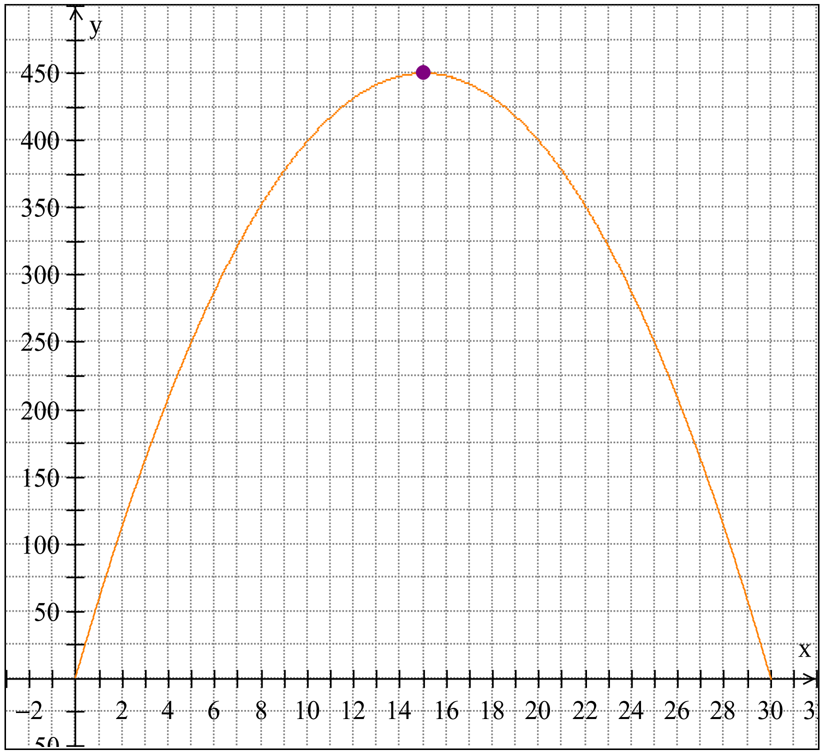


Figura 18

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

EJEMPLO 3

El costo de la entrada a una función de cine cuesta $ 5 para adultos, y pueden entrar a ese precio a la sala 60 personas. Si se disminuye $ 0.05 por cada persona podrían entrar 100 personas más. Calcule el ingreso máximo en cada función de cine

<u>SOLUCIÓN</u>

Los ingresos en una venta cualquiera está dada por el precio, p, del producto vendido y el número de unidades, q, vendidas, esto es, el ingreso está dado por

I = p q	[Función de ingreso]
I = 5(60) = 300	[Ingreso de 60 personas a $5]
I = (5 – 0.05q)(60 + q)	[Ingreso de x número de personas]

$I = 300 + 5q - 3q - 0.05q^2$. [Desarrollo del producto]

$I(q) = -0.05q^2 + 2q + 300$ [Reordenamiento de la función cuadrática]

$$h = -\frac{b}{2a}$$

$$h = -\frac{2}{2(-0.05)} = 20$$

[Cálculo del número de unidades q]

$$k = f(h) = f(20)$$

$$k = -0.5(20)^2 + 2(20) + 300$$

[Cálculo del ingreso máximo por función]

$$k = 320$$

Con lo anterior se puede comprobar que para ganar lo máximo se necesita que entren 20 personas más después de las 60, o sea 80 personas que pagarían $ 4, para que pueda haber un ingreso de 320 dólares, que sería el máximo posible. Así también se puede observar en la gráfica que se muestra en la figura 19 a continuación.

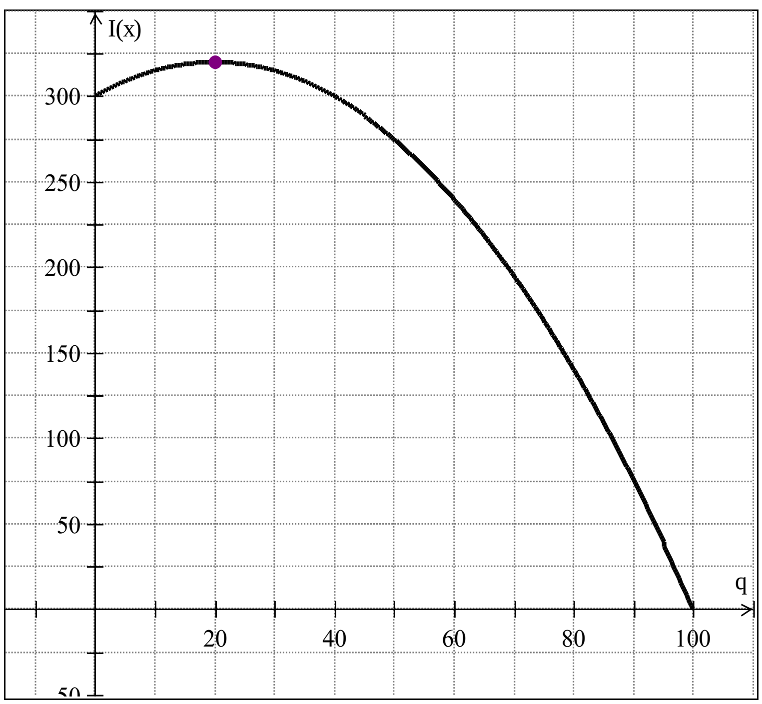


Figura 19

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

1.5.1.3. Problemas prácticos en la sociedad manabita y que se relacionan con funciones lineales y cuadráticas.

En la sociedad manabita se desarrollan actividades de variedad diversa que hacen que se desarrollen modelos matemáticos de diferente orden. A continuación se muestran las situaciones en las que se puedan aplicar las funciones lineales o cuadráticas:

- **<u>Economía.</u>** Los modelos económicos se presentan en problemas en los que se desarrollan conceptos tales como ingreso, costo y utilidad, así como en depreciación, interés simple.

  Se denomina **ingreso** a todo valor monetario que se obtiene por la prestación de un servicio, o por la venta de un bien. También el ingreso depende del valor o precio, p, al que se desea vender una o varias unidades, q, de un producto cualquiera (Haeussler, P., 2008, pp. 48); este concepto expresado como modelo matemático se expresa así

  $$I(q) = pq$$

  Se denomina **costo** a todo aquel dinero que se debe pagar por el uso de un servicio o por la adquisición de un objeto. El costo a su vez se divide en **costo fijo** que es valor que se paga por un servicio de manera continua por un cierto tiempo, y el **costo variable** que es el valor a pagar y que cambia en el tiempo de acuerdo al uso de ciertos servicios, por ejemplo, el pago del consumo de energía eléctrica (Haeussler, P., 2008, pp. 48).

  La función de costo se representa como

  $$C(q) = C.F. + C.V.$$

Donde C.F. es costo fijo y C.V. es el costo variable, el costo variable depende del número de unidades que se utilizan y del precio de ese número de variables.

$$C.V.(q) = pq$$

Por lo tanto la función de costo está dada por

$$C(q) = C.F. + pq$$

La **utilidad**, U(q), es la relación que existe entre la función de costo y la función de ingreso, de modo que se expresa de la manera siguiente

$$U(q) = I(q) – C(q)$$

Existen tres posibilidades para la función U(q), dado que I(q) puede ser mayor, menor o igual que la función C(q). Si la función I(q) es mayor que la función C(q) existirá una **ganancia**, si la función I(q) es menor que la función C(q) habrá una **pérdida**, mientras que si la función I(q) es igual que la función C(q) existirá un **punto de equilibrio**, puesto que no habrá ni pérdida ni ganancia (Haeussler, P., 2008, pp. 48).

Al valor económico, d, que se pierde con el uso de un bien, o con el paso del tiempo, t, se lo conoce como **depreciación**, y depende de qué tan rápido ese bien pierda su valor, por ejemplo, no es lo mismo la depreciación de un automóvil que de una computadora, dado que el modelo de la computadora se "gasta" más rápido que un automóvil. La depreciación se inicia desde la compra del bien, a un valor inicial, P (Haeussler, P., 2008, pp. 129). Por lo tanto la depreciación se la representa por.

$$d = P – ct$$

En la ecuación anterior, c es la constante o factor de depreciación.

Al valor que se paga por utilizar el dinero de otra persona o de alguna entidad financiera se lo denomina **interés**, y puede ser de dos tipos **interés simple** o **interés compuesto**. El interés simple es el valor, c, que se paga de manera constante por un cierto periodo de tiempo, t, y se lo representa por

$$I(t) = ct$$

- **Agrimensura.** En problemas relacionados con el perímetros de terrenos rectangulares o triangulares; problemas relacionados con el área.

En la medida de la tierra, o de los terrenos que se desean lotizar se utiliza mucho el **perímetro**, ya sea para delimitar los hitos de cada terreno o para cercarlo. En geometría se denomina perímetro a la longitud del contorno de una figura geométrica, por ejemplo, si tenemos un rectángulo de lados a y b, la ecuación que representa al perímetro, P, está dada por

$$P = 2a + 2b$$

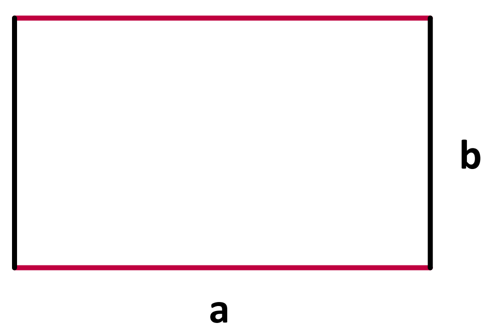


Figura 20

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

Se denomina **área** a la superficie que encierra el perímetro de una figura geométrica cualquiera. Como se muestra en la figura 21, la región sombreada es la superficie encerrada, el valor numérico de esa superficie es lo que denominamos área.

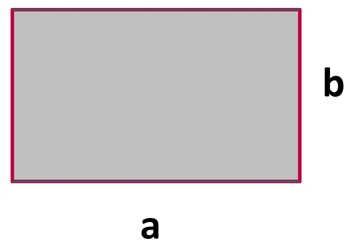


Figura 21

Elaborada por Julio Macías y Pamela Baque

El área del rectángulo mostrado en la figura 21 está dada por

$$A = ab$$

- **<u>Construcción.</u>** En problemas relacionados con contenencia de líquidos, elaboración de estructuras o cajas, tramos de carreteras, construcción de edificios.

  Cuando se desean construir ciertos contenedores de líquidos se los construye de manera que el área superficial del material utilizado, o la capacidad de líquido contenida sea la máxima posible, esta capacidad es la que denominamos **volumen**, y el volumen de cualquier cuerpo geométrico está dado como el producto del área de la base por la altura del cuerpo (Swokowski, E., 2009, pp. 89).

- **<u>Hotelería y turismo</u>**. Creación de paquetes turísticos, oferta de estadías, práctica de deportes tradicionales o extremos.

  La creación de paquetes turísticos se relaciona con la temporada en la que se encuentre en ese momento, si es temporada alta el precio del servicio tiende a ser más alto, y se relacionan con la ecuación de ingreso. Los precios normalmente se incrementan en un 30%, con relación al valor en una temporada normal, mientras que los precios decrecen entre el 30% y el 50% cuando la temporada es baja (infomontañita, 2012).

- **Agropecuaria.** Siembra y cosecha de plantaciones, crecimiento de ganado vacuno, porcino y lanar, obtención de productos lácteos, entre otros.

  Al igual que en la ecuación de ingreso, todo lo relacionado con el ámbito agropecuario se puede expresar con el número de unidades vendidas (o compradas) y el precio al que se llevará a cabo la venta (o la compra)

- **Pesca**. Crecimiento de especies acuáticas, captura de especies marinas y en cautiverio.

Marco Pedagógico

1.5.1.4. Uso de guías pedagógicas en el aprendizaje de la Matemática.

1.5.1.4.1. ¿Qué son guías pedagógicas?

Una guía pedagógica es el recurso impreso que utiliza el docente para relacionarse con el estudiante de una mejor manera, y al mismo tiempo le permite adquirir a éste conocimiento (Fundar, 2001), de acuerdo a una serie de características que las analizaremos en detalle a continuación.

Toda guía debe poseer una estructura de acuerdo a la intencionalidad del docente. Antes de analizar la estructura de la guía exponemos algunos de los tipos de guías, de acuerdo al documento expuesto por la Fundación Educacional Arauco (Fundar, 2001), en Tirúa, Chile en el 2001:

- Guías de motivación

- Guías de aprendizaje
- Guías de comprobación
- Guías de síntesis
- Guías de aplicación
- Guías de estudio
- Guías de lectura
- Guías de observación: de visita del espectador, etc.
- Guías de refuerzo
- Guías de nivelación
- Guías de anticipación
- Guías de reemplazo, etc. (Fundar, 2001)

1.5.1.4.2. ¿Qué son guías de aprendizaje?

Las guías de aprendizaje son también guías didácticas, pero su intención no es la de revisar la mayor cantidad de temas o capítulos de un año escolar, sino el del aprendizaje del estudiante, que avanzará según su propio ritmo, y con la asesoría del docente (CAFAM, 2008). Esta guía tiene como objetivo fundamental el aprendizaje individual, el trabajo guiado por el docente, y por ende del auto aprendizaje del estudiante.

Esta guía requiere de una elaboración muy detallada y dirigida a la totalidad de los estudiantes, se desarrolla en función de las capacidades de quienes la utilizarán, es el mecanismo que enlaza al libro de texto, al profesor y al estudiante (CAFAM, 2008) pensando en el avance de este último, requiere de poca participación del docente, de modo que el estudiante la puede continuar desarrollando en su casa, con la asesoría de una persona, que no necesariamente sea conocedor de Matemáticas.

Las guías de aprendizaje en Matemáticas se deben desarrollar de acuerdo a los niveles de aprendizaje del estudiante. A pesar de que en el I de Bachillerato estos ya deben haber desarrollado su nivel de operaciones formales bastante bien, debemos sugerir que se consideren las diferentes habilidades inherentes en cada uno de ellos, pues podemos tener en nuestros salones a estudiantes con capacidades variadas; algunos quizás sean muy visuales, otros cinestésicos, otros pueden ser auditivos, otros pueden ser sensoriales, otros motrices, entre otros, de acuerdo al modelo de los cuatro cuadrantes de Herrmann (DGB/DCA/ 12 – 2004).

De acuerdo a lo analizado en los párrafos anteriores, y enfocándonos en que tenemos una diversidad de estudiantes en nuestras clases, coincidimos en que la estructura de la guía de auto aprendizaje tenga la forma que a continuación se presenta y se detalla en cada uno. En primera instancia, se deben colocar los datos informativos.

Institución: Se debe colocar el centro de educación en la que se aplicará la guía de auto instrucción, tal cual se muestra a continuación en las figuras 22 y 23. Para el caso que nos toca la Institución en la que se aplicará la guía es en la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano”, Jipijapa, Manabí.

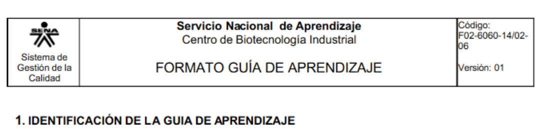

UNIVERSIDAD CATOLICA DE TEMUCO
Facultad de Educación
Escuela de Educación Diferencial
Carrera Educación Diferencial

GUÍA DE APRENDIZAJE PARA EL ESTUDIANTE

Figura 22.

Tomada de la Universidad Católica de Temuco

http://repositoriodigital.uct.cl:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/998/EDI%201131.pdf?sequence=1



Sistema de Gestión de la Calidad	**Servicio Nacional de Aprendizaje** Centro de Biotecnología Industrial FORMATO GUÍA DE APRENDIZAJE	Código: F02-6060-14/02-06 Versión: 01

1. IDENTIFICACIÓN DE LA GUIA DE APRENDIZAJE

Figura 23

Tomada del SENA (Servicio Nacional de Aprendizaje)

http://es.scribd.com/doc/8976205/Formato-Guia-de-Aprendizaje-Habilitar-Materiales

Título de la guía de auto aprendizaje: Esta debe ser una parte fundamental de la guía, debido a que el estudiante claramente reconoce el tema sobre el que basa su nuevo aprendizaje. En algunas guías el título aparece en el inicio de la guía de aprendizaje, como se muestra en las figuras 24 y 25.


UNIVERSIDAD CATOLICA DE TEMUCO

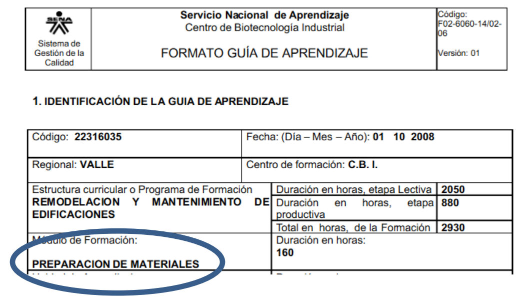
Facultad de Educación
Escuela de Educación Diferencial
Carrera Educación Diferencial

GUÍA DE APRENDIZAJE PARA EL ESTUDIANTE

I. DATOS DE IDENTIFICACIÓN GENERAL
Datos del Curso o Actividad curricular

1	Título Curso	CURRICULO Y PERSPECTIVAS ACTUALES DE EVALUACION
2	Código	EDI1131
3	Créditos	6

Figura 24



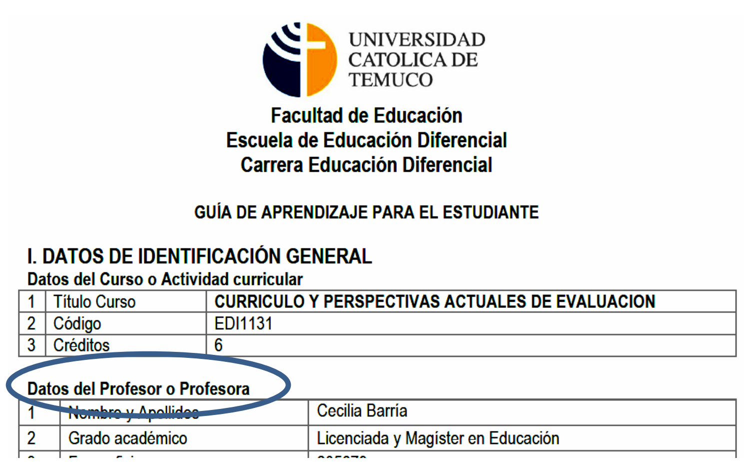
Sistema de Gestión de la Calidad	Servicio Nacional de Aprendizaje Centro de Biotecnología Industrial FORMATO GUÍA DE APRENDIZAJE	Código: F02-6060-14/02-06 Versión: 01

1. IDENTIFICACIÓN DE LA GUIA DE APRENDIZAJE

Código: 22316035	Fecha: (Día – Mes – Año): 01 10 2008		
Regional: VALLE	Centro de formación: C.B. I.		
Estructura curricular o Programa de Formación REMODELACION Y MANTENIMIENTO DE EDIFICACIONES	Duración en horas, etapa Lectiva	2050
	Duración en horas, etapa productiva	880
	Total en horas, de la Formación	2930
Módulo de Formación: PREPARACION DE MATERIALES	Duración en horas: 160	

Figura 25

Docente: Como se puede apreciar en la figura 26 se requiere de la información general del curso, y uno de los datos que deben aparecer son los nombres del docente que elaboró la guía, al igual que su formación profesional más general.


UNIVERSIDAD CATOLICA DE TEMUCO

Facultad de Educación
Escuela de Educación Diferencial
Carrera Educación Diferencial

GUÍA DE APRENDIZAJE PARA EL ESTUDIANTE

I. DATOS DE IDENTIFICACIÓN GENERAL
Datos del Curso o Actividad curricular

1	Título Curso	CURRICULO Y PERSPECTIVAS ACTUALES DE EVALUACION
2	Código	EDI1131
3	Créditos	6

Datos del Profesor o Profesora

1	Nombre y Apellidos	Cecilia Barria
2	Grado académico	Licenciada y Magister en Educación

Figura 26

Tomado de la Universidad Católica de Temuco

Duración: Tal como se aprecia en la figura 27 se debe colocar el número de horas que tomará el uso de la guía. Cabe aclarar aquí, que al igual que toda planificación, el tiempo de uso de la guía es aproximado, no es una camisa de fuerza y obligar al docente a terminarla en el tiempo propuesto.

Sistema de Gestión de la Calidad	Servicio Nacional de Aprendizaje Centro de Biotecnología Industrial FORMATO GUÍA DE APRENDIZAJE	Código: F02-6060-14/02-06 Versión: 01

1. IDENTIFICACIÓN DE LA GUIA DE APRENDIZAJE

Código: **22316035**	Fecha: (Día – Mes – Año): **01 10 2008**	
Regional: **VALLE**	Centro de formación: **C.B. I.**	
Estructura curricular o Programa de Formación **REMODELACION Y MANTENIMIENTO DE EDIFICACIONES**	Duración en horas, etapa Lectiva	**2050**
	Duración en horas, etapa productiva	**880**
	Total en horas, de la Formación	**2930**
Módulo de Formación: **PREPARACION DE MATERIALES**	Duración en horas: **160**	
Unidad de Aprendizaje: **HABILITAR MATERIALES**	Duración en horas: **40**	

Figura 27

Tomado del SENA

Curso: Se debe identificar claramente el curso al cual se dirige la guía, tal como se muestra en la figura 28. Para el caso que corresponde, la guía se aplicará en Primero de Bachillerato.

UNIVERSIDAD CATOLICA DE TEMUCO

Facultad de Educación
Escuela de Educación Diferencial
Carrera Educación Diferencial

GUÍA DE APRENDIZAJE PARA EL ESTUDIANTE

I. DATOS DE IDENTIFICACIÓN GENERAL

Datos del Curso o Actividad curricular

1	Título Curso	**CURRICULO Y PERSPECTIVAS ACTUALES DE EVALUACION**
2	Código	EDIT131
3	Créditos	6

Datos del Profesor o Profesora

1	Nombre y Apellidos	Cecilia Barría
2	Grado académico	Licenciada y Magíster en Educación

Figura 28

Tomada de la Universidad Católica de Temuco

Fecha: Se debe colocar el inicio de la aplicación, y el fin aproximado de la guía para contrastar posteriormente con otros grupos humanos y así mejorar la aplicación de esta herramienta.

Sistema de Gestión de la Calidad	**Servicio Nacional de Aprendizaje** Centro de Biotecnología Industrial FORMATO GUÍA DE APRENDIZAJE	Código: F02-6060-14/02-06 Versión: 01

1. IDENTIFICACIÓN DE LA GUIA DE APRENDIZAJE

Código: **22316035**	Fecha: (Día – Mes – Año): **01 10 2008**	
Regional: **VALLE**	Centro de formación: **C.B. I.**	
Estructura curricular o Programa de Formación **REMODELACION Y MANTENIMIENTO DE EDIFICACIONES**	Duración en horas, etapa Lectiva	**2050**
	Duración en horas, etapa productiva	**880**
	Total en horas, de la Formación	**2930**
Módulo de Formación: **PREPARACION DE MATERIALES**	Duración en horas: **160**	
Unidad de Aprendizaje: **HABILITAR MATERIALES**	Duración en horas: **40**	

Figura 29

Tomada del SENA

Desarrollo o cuerpo de la guía

Introducción: Posterior a la presentación de los datos informativos, la guía puede presentar un pequeño saludo o introducción al trabajo que se desarrollará a continuación. Esta introducción es breve no pretende colocar aquí todo el contenido a tratar.

2. INTRODUCCIÓN

¡Hola amigo(a)! Cordial saludo.

A través del desarrollo de esta Guía de Aprendizaje adquirirás las competencias necesarias para lograr conocimientos, habilidades y destrezas que te permitan desempeños óptimos en la actividad de habilitar insumos para la s actividades de construcción.

Te invito para que juntos estudiemos, normas, manuales y especificaciones para la habilitación de los insumos para las diferentes actividades de la construcción, así que anímate y acepta este reto.

1) Manual de Diseño Curricular para el Desarrollo de Competencias en la Formación Profesional Integral, Versión 2, Agosto 2005. Anexo F: Orientaciones para la elaboración de guías de aprendizaje.

Figura 30

Tomada del SENA

Una vez hecha la introducción se entra de lleno a realizar el trabajo por parte del estudiante. En la imagen que se presenta a continuación se pasa directamente a realizar actividades, existen otras guías que primero presentan material concreto o abstracto y posterior a ello se desarrollan cada una de las actividades

Sistema de Gestión de la Calidad	**Servicio Nacional de Aprendizaje** Centro de Biotecnología Industrial FORMATO GUÍA DE APRENDIZAJE	Código: F02-6060-14/02-06 Versión: 01

3. **PLANTEAMIENTO DE LAS ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE**

1.-Investiga, analiza y socializa conceptos y conocimientos de tipos y clases de herramientas y equipos para mezcla de materiales.
2.- Elabora una descripción de señales preventivas, reglamentarias e informativas en el ámbito de tu actividad.
3.- Identifica materiales naturales, y define sus especificaciones de transporte y almacenamiento.
4.- En las labores inherentes al manejo de materiales, traslada el material bajo normas, manuales y especificaciones.
5.- Muestrario de señales preventivas, informativas y de seguridad
6.- Visitas técnicas a obras para verificar aprovisionamiento de materiales
7.- Charlas técnicas de seguridad y salud ocupacional

Figura 31

Tomada del SENA

Evaluación

A partir de las acciones tomadas en el desarrollo de la guía, la evaluación se la realiza en función de las actividades propuestas por la guía. En el ejemplo que estamos colocando del SENA, proponen como evaluación evidenciar el conocimiento y el desempeño

4. EVALUACIÓN

Esta actividad se regirá por los principios de auto evaluación, coevaluación y heteroevaluación

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

Evidencias de conocimientos

- Respuestas a preguntas relacionadas con herramientas y necesarios para la mezcla de materiales.
- Cinco señales preventivas cinco, reglamentarias y tres informativas enumeradas.
- Descripción de Diez materiales elaborados y cinco naturales, con especificaciones de transporte, almacenamiento y rendimiento listados.

Evidencias de Desempeño

- Asume posiciones ergonómicas adecuadas para el traslado de cinco materiales diferentes.
- En Cinco observaciones: utilización de equipo de protección y seguridad necesario para el transporte de tres mezclas diferentes.de materiales
- Materiales de cinco procesos constructivos habilitados de acuerdo con las normas, manuales y especificaciones
- Materiales dispuestos para tres procesos constructivos diferentes

CRITERIOS DE EVALUACION

- Identifica y determina la cantidad y tipo de material requerido, teniendo en cuenta la magnitud de la obra y necesarios para realizarla.
- Identifica y determina la cantidad y tipo de herramienta y equipo requerido, teniendo en cuenta la magnitud de la obra y cantidad de operarios necesarios para realizar
- Organiza y ordena convenientemente el sitio o lugar donde se depositara el material

Figura 32

Tomada del SENA

Esta es la estructura de la guía de aprendizaje en forma general. Cualquier guía de aprendizaje busca exactamente lo mismo, de modo que diferirán una de otra en forma, pero no en el fondo, ni en el objetivo de lo que persiguen.

1.5.1.5. Metodología que se debe aplicar en adolescentes para aprender a modelar funciones lineales y cuadráticas.

En base a lo dicho anteriormente, esto es, los niveles de aprendizaje de los adolescentes, la forma en que se procesa la información en el siglo xxi, los recursos que manejan los estudiantes de la UEFAL, se presenta la metodología que hasta ahora se ha seguido con los estudiantes de Primero de Bachillerato, y lo que sugieren los expertos en este ámbito.

En los actuales momentos, en la UEFAL, el docente de Primero de Bachillerato planifica qué tópicos enseñar en cada periodo de clase, que corresponden a 40 minutos, de acuerdo a lo contemplado a la reforma curricular de bachillerato, en cada clase expone el concepto de un tema en específico, luego explica el concepto y a continuación resuelve ejercicios relacionados con el tema.

Los expertos sugieren que para el aprendizaje de Matemáticas en la adolescencia se sigan las siguientes sugerencias, tanto para los docentes como para los estudiantes:

El docente debe ponerse en el lugar del estudiante, esto es, el docente debe considerar que hay estudiantes que captan más rápido que otros, y por lo tanto el docente debe atender a todo el grupo (Matemáticas para todos, año 9, número 85, pp. 1 – 2). Aquí se debe aclarar que la guía de auto instrucción ha de elaborarse para todo el grupo, pero el docente tiene que desarrollar siempre actividades extras para los estudiantes que completan el trabajo en menor tiempo que el resto del grupo. Con esto estamos diciendo que el profesor está obligado a elaborar material pedagógico en todo instante.

Adicionalmente, el docente debe ser entusiasta con la asignatura que maneja, esto es, tener amor por lo que enseña, en este caso las matemáticas, debe manejar grupos de estudiantes de manera adecuada, sentirse motivado de elaborar material académico, estar predispuesto a evaluar a sus estudiantes constantemente. (Matemáticas para todos, año 9, número 85, pp. 1 – 2).
Al ser un docente completamente comprometido con la enseñanza de las Matemáticas, existe la seguridad de tener un docente más comunicador, lleno de ideas al buscar los recursos que necesita para ayudar a sus estudiantes a comprender cada capítulo que deban aprender, esto es existe un mejor docente en Matemáticas si este es recursivo en todos los aspectos (Serrano, E. 2003).

Como se ha presentado antes, es importante ser un docente capacitado, gustoso de aprender sobre su especialización, dispuesto a comunicar lo que sabe, pero no todo el trabajo es del docente, el estudiante, que es el que aprende debe poner también de su parte, actitudes que pondremos a consideración en los siguientes párrafos.

El estudiante, al iniciar un nuevo proceso de aprendizaje, debe tener bases consolidadas que sirvan como soporte para el nuevo contenido. Por ello antes de aplicar la guía de auto instrucción, el docente debe hacer una revisión de contenidos relacionados con el contenido de la guía (Matemáticas para todos, año 9, número 85, pp. 1 – 2). Una vez que inicia el uso de la guía, el estudiante debe ser responsable y programar su tiempo para desarrollar las actividades propuestas en la guía, sean estas actividades a desarrollarse en clase o en casa. El estudiante debe ser responsable y cumplir con todas las actividades a desarrollarse. Al decir que el estudiante debe ser responsable, también incluimos el hecho de que debe estar predispuesto a prestar la atención del caso en el proceso de aprendizaje.

Una vez que hemos hablado de la predisposición de dos de los actores de este fenómeno, hablaremos de los recursos que se aplicarán en el modelado de funciones lineales y cuadráticas.

Se mostrarán las gráficas que se relacionan con las funciones lineales, y en su debido momento las funciones cuadráticas. Esto hará que los estudiantes fijen en su cerebro la imagen de por qué, por ejemplo, las funciones lineales se denominan así, porque su gráfico es una línea recta. No será tan fácil este mismo hecho con las funciones cuadráticas pero se lo desarrollará de la misma manera, solo por cuestión de identificación. La observación es una herramienta importante para el adolescente en etapa de aprendizaje formal (Adrián, 2001).

Gradualmente se agrega el vocabulario técnico en las funciones lineales, de igual manera se tratará las gráficas, se observa la intersección de las rectas con los ejes y se agrega que los nombres de esos puntos son ordenada y abscisa al origen. Posterior a ello se agrega que las rectas que tienen una inclinación son funciones lineales, y se presenta el concepto de pendiente de la recta. Como se podrá comprobar la introducción de las funciones lineales se la hace de manera gráfica, y sólo al final del estudio gráfico se presentan los nombres técnicos de ciertas características de ellas, relativas a los ejes y a la inclinación. Hasta aquí hemos tenido una etapa de observación seguida de una etapa de identificación de características de la recta en el plano cartesiano. Se desea que el estudiante ingrese en el contexto de que la función $f(x) = ax + b$ tiene características generales, "a" y "b", y que estas características le permitirán apoderarse del concepto de función lineal (Díaz *et al*, 2013).

Una vez que las características de la recta están claras podemos decir que de una gráfica podemos obtener una representación algebraica, e intuitivamente se ingresa la idea de cómo calcular la pendiente de una recta, contando el número de cuadritos, tanto en el eje horizontal, así como en el eje vertical. Posterior a ello podemos indicar que la pendiente es la relación del cambio en el eje de las y, con respecto al cambio del eje de las x, para un mismo par de puntos pertenecientes a la recta. Por lo tanto, el proceso hasta aquí sugerido es que primero se plantee al estudiante una situación a observar, en este caso la recta, posterior a ello se plantea introducir las características en conjunto con los nombres técnicos de cada una de esas características, al final se introduce la manera de calcular la pendiente de la recta, permitiendo que a partir de la gráfica obtengamos la función $f(x) = ax + b$. (Díaz *et al*, 2013).

Una vez que se completa este proceso se propone, hacer el proceso inverso, esto es, a partir de la expresión $f(x) = ax + b$, representar a la recta que representa dicha función, con esto aseguramos el hecho de que el estudiante asocia a la gráfica una representación algebraica.

Posterior al proceso antes mencionado, proponemos que se comiencen recién a plantear situaciones en las que las funciones lineales se vean involucradas, y aquí podemos hacer uso de los recursos lúdicos, podemos formar grupos de estudiantes que seguirán las instrucciones de las guías. Cada grupo tendrá una asignación diferente que al final desembocará en la gráfica de una función lineal, y consecuentemente se obtendrá una representación algebraica para esa gráfica. Las asignaciones tienen que ver con situaciones de la vida real. Por ejemplo, jugar al supermercado en el que las compras que se hacen por unidades se relacionen proporcionalmente con el pago a realizar. Otro ejemplo, que se genere una cabina de un auto en el que se observe cuántos kilómetros recorre un auto cada minuto. Y así podemos mostrar muchas situaciones en las que las gráficas resultarán rectas que se modelarán como funciones lineales. (Jiménez, 2003)

Una vez que se desarrolle el concepto de función lineal, y el del modelado de ciertas situaciones del medio en el que se desenvuelven los estudiantes, se procede a plantear otro tipo de situaciones que ocurren en la naturaleza, como por ejemplo la caída de los cuerpos (el caer de una naranja de su árbol, el caer de una piedra desde un puente a un río, etc. Para esta situación se dejan varios objetos desde diferentes alturas, y se mide el tiempo que le toma a ese objeto en llegar al piso, y posteriormente se grafican esos datos en una hoja y se unen los puntos. Los estudiantes podrán observar que los puntos dan lugar a una curva, misma que representará a las funciones de tipo cuadrático (Salas *et al*, s.f.). Con esto comenzamos de nuevo el proceso, observar en primer lugar, posteriormente ingresar las características de la curva en comparación con el plano cartesiano. De las características obtenemos un acercamiento a la función algebraica.

Luego de deducir la función cuadrática, relacionándola con la gráfica que se presenta en cada nueva situación

1.5.2. Marco conceptual (Glosario de términos)

Aplicaciones tecnológicas: Todo aquello que se utiliza en el convivir diario y que se relaciona con el avance de la tecnología

Depreciación: Pérdida del valor de un bien, con el transcurrir del tiempo, ya sea por desgaste por el uso u otras situaciones. (Haeussler, P., 2008)

Forma canónica: Forma particular en que se puede presentar una función cuadrática, derivada de la función general. (Swokowski, E., 2009)

Función: Comparación entre conjuntos de números que cumple que cada elemento del primer conjunto, o conjunto de partida, se relaciona solamente con un elemento del segundo conjunto, o conjunto de llegada. (Swokowski, E., 2009)

Función cuadrática: Función se representa con un polinomio de segundo grado, o en la forma general $f(x) = ax^2 + bx + c$, y cuya representación gráfica es una curva llamada parábola. (Swokowski, E., 2009)

Función lineal: La más básica de las funciones, se la representa gráficamente por una recta inclinada, no horizontal o vertical, su representación algebraica es $f(x) = ax + b$, donde “a” es la inclinación de la recta, mientras que “b” es el lugar donde la recta cruza al eje y. (Swokowski, E., 2009)

Modelo matemático: Representación matemática de un fenómeno que ocurre en la Naturaleza, por medio de una ecuación. (Swokowski, E., 2009)

Operaciones lógico – aritmética: Operaciones sencillas que realizan los niños, como sumas o restas simples, comparaciones de tamaño, como más grande o más pequeño.

Ordenada al origen: Lugar en el eje de las Y en el cual una gráfica cualquiera cruza. (Swokowski, E., 2009.)

Parábola: Curva que representa a una función cuadrática, y puede ser cóncava o abierta hacia arriba, o cóncava hacia abajo o abierta hacia abajo. (Swokowski, E., 2009)

Pendiente de una recta: inclinación que tiene una recta, puede ser positiva o negativa. (Swokowski, E., 2009)

Plano cartesiano: Sistema de ejes perpendiculares que se utiliza para representar gráficamente a relaciones y funciones. (Swokowski, E., 2009)

Punto de equilibrio: Valor de una unidad en el que la ganancia o utilidad es cero, debido a que el ingreso es igual al costo. (Haeussler, P., 2008)

1.6. Formulación de la hipótesis y variables.

1.6.1. Hipótesis general

Los estudiantes de I de Bachillerato, de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano” de Jipijapa, elaboran modelos lineales y cuadráticos, luego de usar una guía de auto aprendizaje elaborada por los investigadores, para formar las bases de todo el modelado matemático.

1.6.2. Hipótesis particulares

Los estudiantes de I de Bachillerato utilizan una guía de autoaprendizaje, elaborada por los investigadores, para aprender a modelar funciones lineales y cuadráticas, de fenómenos que ocurren en el medio en el que viven.

Los estudiantes de I de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano” obtienen modelos lineales y cuadráticos de problemas que ocurren en el medio en el que se desenvuelven.

Los estudiantes de I de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano” mejoran su rendimiento académico, al utilizar de manera metódica la guía de auto aprendizaje de modelado matemático lineal y cuadrático elaborada por los investigadores.

La UEFAL tomará como política institucional el uso de las guías de auto aprendizaje como recurso de aprendizaje para los estudiantes, en el área de Matemáticas.

1.6.3. Variables

Variable Independiente: Uso de la guía de auto instrucción de modelado matemático en funciones lineales y cuadráticas.

Variable dependiente: Aprendizaje de modelado matemático en funciones lineales y cuadráticas.

1.7. Aspectos metodológicos de la investigación

1.7.1. Tipo de estudio.

Diseño experimental, enfoque mixto.

1.7.2. Método de investigación.

Estudio correlacional.

1.7.3. Fuentes y técnicas para la recolección de la información.

Fuentes:

Estudios realizados anteriormente.

Publicaciones realizadas por los docentes del Área.

Experiencia de los docentes de Matemáticas de I de Bachillerato, que laboren en colegios circundantes con la UEFAL.

Estudiantes de II y III de Bachillerato de diversos colegios de Jipijapa y circundantes con la UEFAL.

Técnicas:

Entrevista.

Encuestas.

Desarrollo de Test.

1.7.4. Tratamiento de la información

Recolección de datos.

Tabulación de datos.

Decisión, en base a los datos, del software a utilizar.

Representación gráfica de datos.

Presentación de resultados

1.8. Resultado e impacto general

Los estudiantes de I de Bachillerato de la UEFAL usarán guías de auto instrucción, seguirán indicaciones en base a ella; modelarán funciones lineales y cuadráticas en base a los problemas del medio que se relacionen con el estudio. Con esta investigación se genera un cambio total sobre cada uno de los actores: los estudiantes adquieren métodos de estudio, que no solamente le servirán para el estudio de Matemáticas; los docentes elaborarán material de trabajo de acuerdo al medio en el que se desenvuelven sus estudiantes; la Institución toda trabaja en función del estudiante; los padres de Familia ayudan y colaboran en las tareas de sus representados.

CAPÍTULO II

2.1. Análisis de la situación actual.

La Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano” fue inaugurada en Jipijapa, cantón perteneciente a la Provincia de Manabí, el 25 de junio de 1944, en el M.I. Concejo Cantonal, en sesión convocada por el presidente Sr. Luis I. Bustamante. En sus inicios se denominó Colegio Nacional “Alejo Lascano”, y fue creado mediante Decreto Ejecutivo No. 2584, el 16 de marzo de 1944, en la presidencia del Dr. Carlos Alberto Arroyo del Río, como resultado de la acción de ilustres personajes del Cantón que conjuntamente solicitaron a la Presidencia de la República la construcción de una carretera Jipijapa – Guayaquil, y la creación del Colegio, como necesidad de crear un centro de educación, en el que los jóvenes pudieran continuar con su educación, posterior a la conclusión de sus estudios primarios. (Tomado de la revista Alejo Lascano, 1984, pp. 5)

La selección del nombre se suscitó como un hecho anecdótico que a continuación relatamos. Al cumplirse los 20 años de vida de la Institución, una comisión presidida por el Dr. Washington Zavala y acompañado por el Abgdo. Manuel Vera, visita al ex presidente de la República Dr. Arroyo del Río, con la finalidad de comunicarle que se había escogido su nombre para representar al colegio, que en su administración fue inaugurado. El Dr. Arroyo del Río comenta a sus interlocutores que Jipijapa tiene hombres eminentes y que uno de ellos, el Dr. Alejo Lascano Bahamonde, eminente médico manabita y jipijapense sería una excelente elección, esto sale como un recuerdo que tiene el Dr. Arroyo del Río de su infancia, cuando contaba con 8 años de edad. El Dr. Alejo Lascano B. trató de una dolencia al ex presidente de la República. La comisión satisfecha con esta sugerencia regresa a Jipijapa, y los miembros del M.I. Concejo Cantonal acordaron que el colegio se denomine “Alejo Lascano”. (Tomado de la revista Alejo Lascano, 1984, pp. 5)

La Institución, como justo reconocimiento a los hombres que hicieron posible la creación del Colegio, esculpió en mármol la gratitud hacia ellos, para que fueran recordados por las futuras generaciones. Este homenaje fue realizado el 17 de julio de 1964, y desde allí se celebra año a año en esa fecha las festividades por la inauguración del Colegio “Alejo Lascano”. (Tomado de la revista Alejo Lascano, 1984, pp. 5)

El Colegio Nacional “Alejo Lascano” inició sus actividades con 26 estudiantes, teniendo como especialidad la de Bachillerato en Humanidades Modernas, especialización en la que predomina el cultivo de la Ciencia, incluyendo a las Matemáticas como eje central; pero posteriormente en la presidencia del Dr. Galo Plaza Lasso (1948 – 1952) fue transformado en Instituto técnico, sin tomar las medidas del caso para ello, incluso sin hacer las consultas de rigor, de modo que no había la implementación para graduar a sus estudiantes de Contadores Comerciales. Este hecho casi acaba con el estudiantado de la Institución, y es así que los estudiantes se comenzaron a retirar masivamente. En base a esto, y con el objetivo de reavivar el entusiasmo por los estudiantes por su preparación secundaria, en el año de 1955 el Colegio “Alejo Lascano” retorna a ser un colegio con bachillerato en Humanidades Modernas. A partir de ahí el colegio ha sido luz en la educación jipijapense y manabita, teniendo como estudiantes graduados a hombres y mujeres preclaros que enaltecen a este pujante cantón. (Tomado de la revista Alejo Lascano, 1984, pp. 5)

El Colegio “Alejo Lascano”, pasa a cambiar su razón social institucional a Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano” a partir del presente año lectivo 2013 – 2014, como parte de los cambios que se están dando en el sistema educativo nacional, en la presidencia del Ec. Rafael Correa D.

Misión del Colegio Nacional “Alejo Lascano”

Formar Bachilleres de calidad en Ciencias, con especialización Físico – Matemáticas, Químico – Biólogos, Sociales, y Auxiliares y Técnicos en Informática en Administración de Sistemas, mediante la aplicación de Modelos Pedagógicos Innovadores, vinculando la teoría con la práctica para lograr una juventud competitiva, autónoma, reflexiva, creativa y propositiva, con sólidas bases éticas y morales, con profunda interacción social, comprometidos a trabajar por el desarrollo de la Provincia y el País.

Visión del Colegio Nacional “Alejo Lascano”

Que el Colegio Nacional “Alejo Lascano” sea el centro de educación media en Ciencias y Tecnologías, generador de conocimientos científicos y tecnológicos, con docentes de tercer nivel que lideren los procesos de formación de bachilleres que demanda el sistema educativo ecuatoriano, acorde con los avances y exigencias de la época, imbuidos de valores éticos y morales, con interacción social y reconocimiento provincial y nacional, y ser considerada entre una de las mejores instituciones educativas del País.

Modelado matemático en el currículo de Matemáticas de BGU

En el currículo del Bachillerato General Unificado las Matemáticas son de importancia fundamental, son la base de pensamiento formal. Las Matemáticas son herramientas que le sirven a las demás Ciencias para formalizar sus concepciones, además de utilizar las operaciones algebraicas, geométricas, trigonométricas, entre otras para formar representaciones matemáticas denominadas modelos, que expliquen de una manera simbólica la teoría científica expuesta.

El modelado matemático ha formado parte del currículo de las Matemáticas desde siempre, pero se lo ha dejado de lado, debido a que se hace muy compleja la formulación de las ecuaciones, que representan al modelado como tal. Esta complejidad en la abstracción del modelado se ha generado por situaciones diversas, y en ellas se ven involucrados los estudiantes, profesores, y en menor proporción los padres de familia y la Institución educativa. Debido a ello, y conociendo de la importancia del modelado matemático en las ciencias en general, hemos querido realizar una investigación en nuestros centros de estudio (en este caso la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano”, perteneciente al cantón Jipijapa, provincia de Manabí), desde el punto de vista del docente, y el punto de vista del estudiante, individuos que se relacionan directamente con el fenómeno en cuestión: *dificultad de plantear un modelo matemático, basado en funciones lineales y funciones cuadráticas*.

Los docentes de Matemáticas de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano” tienen cierta dificultad al “enseñar” temas relacionados con el planteamiento de ecuaciones, y para ello existen varias razones fundamentadas en su experiencia, las cuales presentaremos y analizaremos en detalle a medida que las enunciemos. Cabe aclarar que la opinión de los docentes se extrajo por medio de una encuesta realizada a cada uno de ellos.

- **Los estudiantes no saben leer.** Los docentes encuestados indicaron que los estudiantes no son capaces de extraer información que se presenta en el enunciado de un problema cualquiera. Incluso los ejercicios y problemas plantean una serie de instrucciones a seguir, y los estudiantes simplemente las dejan de lado, o no las toman en cuenta

- **Los estudiantes carecen de bases matemáticas.** Los estudiantes tienen problemas con conceptos anteriores o necesarios para comprender los temas que se están estudiando, de modo que cuando es necesario aplicarlos, no lo hacen. Por ejemplo, se plantea un problema en el que hay que calcular el perímetro de una figura geométrica regular o irregular, y no recuerdan qué es el perímetro.

- **Los estudiantes no realizan gráficos.** Al momento de plantear un problema los estudiantes desean plantear una o varias ecuaciones pero sin un plan de trabajo, sin un esquema de lo que se tiene como dato, y de lo que se desconoce y se desea encontrar. El trazado de un gráfico es muy importante a la hora de tener una guía para plantear una ecuación o modelo matemático.

Los estudiantes de primero de Bachillerato en Ciencias relacionan sus problemas en modelar matemáticamente situaciones problémicas, con situaciones internas y externas a sus estudios de Matemáticas, las mismas que a continuación resumimos, basados en las encuestas realizadas a 60 estudiantes de I de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano”.

- **Lenguaje incomprensible.** Los docentes y los libros de Matemáticas usan un lenguaje técnico muy complejo, y por lo tanto difícil de comprender, y a la hora de sacar los datos de los problemas se hace difícil. Ese es un problema compartido, dado que los docentes esperan que los estudiantes aprendan esos términos inmediatamente, mientras que los estudiantes no utilizan los términos técnicos en la medida de lo necesario, para hacer que se graben nombres y asociarlos a definiciones.

- **Impaciencia.** Los docentes no tienen la paciencia del caso para exponer sus ideas, acerca del modelado matemático. No son ordenados en la pizarra, al momento de hacer las explicaciones comienzan por un lado y luego terminan de manera desordenada en otro lado. Y al solicitar las explicaciones del caso, si responden, lo hacen de manera exasperada.

- **Presión.** Los docentes pasan muy rápido de temas, y no hay el tiempo suficiente para practicar en clases. Y hay presión por las otras materias, de manera que no se dosifican las tareas y no hay mucho tiempo para dedicarle a practicar temas complicados como el del modelado matemático.

- **Vacíos.** Los docentes de Matemáticas no hacen una revisión de temas previos, que se relacionen con los que vamos a estudiar en el presente año lectivo. El contenido que se estudia año a año se separa cada vez más, no se relacionan temas entre sí, de manera que haya que estar revisando conceptos de manera constante.

Adicional a las encuestas realizadas a docentes y estudiantes, en cuanto al grado de satisfacción, realizamos también una TEST en el que ponemos mucho interés en el contenido académico de unos y otros, al momento de realizar la investigación, esto es, con cuánta información científica se encontraban los estudiantes con respecto al tema de funciones lineales y funciones cuadráticas, mientras que los docentes expusieron sus ideas con respecto a los conocimientos en pedagogía, metodología y conocimientos de matemáticas.

Con respecto a la función lineal, los estudiantes respondieron preguntas acerca de gráfica de la recta, partes básicas de la gráfica de la función lineal, términos básicos de geometría, tales como perímetros y áreas de figuras geométricas, términos básicos de administración, tales como ingreso, costo, utilidad, depreciación, interés simple, etc., y términos básicos de la ciencia en general.

- Los estudiantes tienen claramente definido que la representación de cualquier **función lineal** es una línea recta. Para ello debe saber el estudiante la diferencia entre una relación y una función, dado que una recta vertical no representa a una función lineal, concepto que sí lo recuerda de sus cursos anteriores.

- En cuanto a la representación simbólica de la función lineal, en la forma general, $f(x) = ax + b$, no distinguen el significado de “a” y “b” en esa representación, de manera que confunden el concepto ***ordenada al origen*** con el concepto ***pendiente de una recta***.

- Al indagar sobre los fundamentos de administración y conceptos contables como ingreso, costo, utilidad, interés simple, no tienen la acentuación de ellos.

- Con respecto a conocimientos relacionados con conceptos geométricos y de ciencias en general, los estudiantes no pueden hacer un enlace entre el concepto y el modelado.

Con respecto a la función cuadrática los estudiantes

- Los estudiantes tienen claramente definido que la representación de cualquier **función cuadrática** es una curva denominada parábola.

- Con respecto a la representación simbólica de la función cuadrática, representada en la forma general, $f(x) = ax^2 + bx + c$, no tienen claro que el signo del coeficiente “a” hace que la parábola tenga un máximo o un mínimo, no tienen claro que el coeficiente “b” permite calcular el vértice de la parábola, y consecuentemente la ecuación del eje de simetría, y no tienen claro que el término “c” permite determinar el lugar de la ordenada al origen.

- Con respecto al análisis del discriminante de la función cuadrática, no tienen claro que permite determinar cuántos valores cruzan por el eje de las x, y por lo tanto no tienen claro el concepto de corte con los ejes y qué significa ese corte con los ejes.

- Los estudiantes no tienen clara la idea de que la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ se puede expresar de otra manera, conocida como la forma estándar o forma canónica, $f(x) = a(x - h)^2 + k$, donde h y k son los valores en x e y del vértice de la parábola.

- Al indagar sobre los fundamentos de administración y conceptos contables como ingreso, costo, utilidad, interés simple, no tienen la acentuación de ellos.

- Con respecto a conocimientos relacionados con conceptos geométricos y de ciencias en general, los estudiantes no pueden hacer un enlace entre el concepto y el modelado.

- Las aplicaciones a ciencias afines a las Matemáticas son menos exploradas aún, por lo que los resultados obtenidos en las preguntas que indagaban acerca de ello fueron respondidas de manera incorrecta en la mayoría de los casos.

Al indagarse sobre los mismos temas a los docentes, los resultados fueron los siguientes:

- Los docentes utilizan recursos pedagógicos que no se actualizan constantemente, de modo que, al no estar actualizados estos recursos, no se hace conocer de nuevas situaciones que ocurren a nivel global a los estudiantes. Los temas de funciones lineales y cuadráticas, en los que hay que hacer uso del análisis matemático, son enseñados pero con situaciones desactualizadas en la mayoría de los casos.

- Los contenidos relacionados con las funciones lineales y cuadráticas se analizan superficialmente, por la poca colaboración que prestan los estudiantes de realizar un estudio detallado.

- Los recursos relacionados con las TIC's son de aporte valioso, pero en la institución hace falta la implementación de los recursos tecnológicos que permitan hacer uso de materiales informáticos.

Infraestructura.

La Unidad Educativa Fiscal "Alejo Lascano" tiene una estructura física sólida, está divididas en salones que se encuentran equipados con bancas metálicas incómodas, con pizarras de fórmica en la que se puede hacer uso de marcadores acrílicos, existen ventiladores de techo en algunas de las aulas, pero carecen de instalaciones eléctricas para conectar una PC o una laptop, para conectar un proyector, que permita hacer la clase más dinámica, que permita usar animaciones que motiven al estudiante a desarrollar otras capacidades y habilidades. No existen tampoco pizarras electrónicas que permiten graficar, modificar y experimentar con cambios en las funciones.

El carecer de equipos tecnológicos, hace de la guía de auto aprendizaje una herramienta pedagógica de elevada importancia, porque permite usar un documento físico de acceso fácil, y de una manipulación igualmente sencilla. Las imágenes o figuras que se presentan en la guía no son dinámicas pero presentan las características detalladas, de todo aquello que se desea resaltar de las funciones lineales y cuadráticas.

Al momento de desarrollar una clase de Matemáticas, rica en gráficos, en desplazamientos de esos gráficos, análisis de las características gráficas de las rectas y parábolas es de mucha utilidad un recurso que nos permita hacerlo de manera dinámica, dado que si se lo hace manualmente, el peor enemigo de un docente, el tiempo, no lo permite, tanto que posiblemente en una clase no se pueda desarrollar toda la teoría necesaria para el análisis posterior.

2.2. Análisis comparativo, evolución, tendencias y perspectivas

Análisis comparativo.

Institucion1	Criterio	Sí	No	Institución 2	Criterio	Sí	No	Observación
UNIDAD EDUCATIVA FISCAL “ALEJO LASCANO”	Uso de libro de texto en I de Bachillerato		X	**UNIDAD EDUCATIVA 15 DE OCTUBRE**	Usan libro de texto en I de Bachillerato		X	No existe actualización de textos
	Cátedra Magistral	X			Cátedra Magistral	X		
	Unidad Educativa del Estado	X			Unidad Educativa del Estado	X		
	Docentes de Matemáticas actualizados		X		Docentes de Matemáticas actualizados		X	
	Estudiantes críticos y analíticos en Matemáticas		X		Estudiantes críticos y analíticos en Matemáticas		X	
	Docentes elaboran material didáctico		X		Docentes elaboran material didáctico		X	
	Uso de recursos didácticos impresos		X		Uso de recursos didácticos impresos		X	
	Uso de recursos informáticos		X		Uso de recursos informáticos		X	

Tabla 5

Una vez realizada la investigación en el Colegio que habíamos destinado para el efecto, comenzamos a indagar en los colegios vecinos, y visitamos a los colegios: Unidad Educativa Fiscal 15 de octubre, Unidad Educativa Fiscal Abdón Calderón y Colegio Alejandro Bustamante, y pudimos obtener los siguientes resultados:

- Los estudiantes de I de Bachillerato de los colegios vecinos se desenvuelven en características similares a los estudiantes de I Bachillerato en Ciencias de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano”, esto en cuanto a infraestructura y a metodología con la que los docentes enseñan los contenidos.

- Los docentes de Matemáticas de I de Bachillerato de las Unidades Educativas no tienen la posibilidad de asistir a cursos y seminarios de actualización en Matemáticas, sí los hay en pedagogía, evaluación y planificación, pero no en la asignatura que enseñan, y por lo tanto se guían con resolución de problemas o planteamiento de ecuaciones de enunciados de problemas que no están de acuerdo con los últimos avance en tecnología.

- Las Instituciones educativas en la que se desenvuelven los estudiantes de I de Bachillerato, no poseen los recursos económicos para adecuar salones de clase de acuerdo a los requerimientos de la educación actual, que es globalizada, tecnológica, basada en el desempeño de los estudiantes, con el asesoramiento de los docentes.

- Los padres de familia así deseen ayudar en sus hogares en el cumplimiento de las tareas de los estudiantes no pueden hacerlo, porque carecen de los recursos bibliográficos, incluso muchos de los hogares del cantón no poseen los recursos económicos para acceder al mundo de la Internet, y por esta vía acceder a información que les permita cumplir con las obligaciones escolares.

- Los estudiantes de los colegios entrevistados no tienen una clara acentuación hacia las Matemáticas, a pesar de estar cursando un Bachillerato en Ciencias, que potencia el uso de herramientas matemáticas para obtener conclusiones.

- En ninguna de las Instituciones educativas existe una política de elaboración de recursos didácticos, que logren que los estudiantes desarrollen habilidades motrices, de abstracción, de análisis, de modo que acerquen a los estudiantes al planteamiento de modelos matemáticos. Existe la metodología del discurso, de la exposición por parte del docente, que en muchos casos solo expone y los estudiantes toman apuntes de la pizarra sin emitir comentario alguno.

- No existe un texto guía o de referencia, en el que los estudiantes puedan consultar sobre los temas que son expuestos en clases. Los textos importados, latinos o traducidos de otros idiomas no guardan el contexto real del medio en el que se desenvuelven los estudiantes. Por ejemplo, se muestran problemas resueltos o problemas resueltos de situaciones que no acontecen por estos lados, como viajar en moto nieve, como jugar rugby o fútbol americano, entre otros.

- No existe en el medio local o regional una guía o guías pedagógicas en Matemáticas, las guías que se han consultado para elaborar la nuestra y aplicarla a los estudiantes de I de Bachillerato en Ciencias de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano” han sido descargadas desde la web.

Evolución

Las actualizaciones que se están realizando, tanto pedagógicamente como académicamente, se desarrollan de a poco pero a un ritmo lento en cada una de las Instituciones a las que asistimos a desarrollar la investigación. Los directivos están habituándose a los cambios que están dándose en el sistema educativo en la actualidad, considerando que desde el 2010 se están haciendo cambios en el Bachillerato, son pocos los años que los docentes de Matemáticas del Bachillerato están unificando temas que antes se enseñaban por separado, y no se realizaba conexión alguna.

Al igual que en todo el currículo del Bachillerato General Unificado, el currículo de Matemáticas sufrió una revolución. Todo el contenido de Matemáticas ahora se concentra en Bloques Curriculares, y estos bloques curriculares se dividen en Bloque de Números y Funciones, Bloque de Álgebra y Geometría, Bloque de Matemáticas Discretas y Bloque de Probabilidad y Estadística. En esta revolución lo que ha puesto en movimiento a los docentes de Matemáticas en estas instituciones, que no desean ser arrastrados por la marea que se ha elevado con la actualización del sistema educativo ecuatoriano.

Los docentes al respecto hacen ciertas puntualizaciones:

Con la reforma decenal, los estudiantes de décimo año de EGB hacen su primer acercamiento al trazado de funciones lineales, utilizando las tablas de doble entrada, de modo que no es muy nuevo el concepto de función lineal cuando se lo estudia completamente en primero de Bachillerato. En primero de Bachillerato se agregan conocimientos de geometría aplicados al álgebra tales como pendiente de una recta, intersecciones, simetrías, etc., que tampoco son temas nuevos, dado que son temas que se estudian entre octavo y noveno, por lo tanto los docentes tienen que hacer una retroalimentación al respecto de los temas ya analizados, y he aquí el primer error que admiten cometer; suponen que los estudiantes han aprehendido el conocimiento en su memoria de largo plazo, pero en realidad no ha sido así.

Los docentes, por la presión a la que se ven sometidos por el cambio en el sistema educativo, no están siguiendo el proceso de manera correcta, esto es, hacer un diagnóstico de los conocimientos previos que los estudiantes deben poseer al momento de iniciar el primer año de BGU, en base a los resultados obtenidos en la prueba de diagnóstico se inicia la planificación de actividades a realizar para profundizar los conceptos que ya poseen los estudiantes, y continuar en una formación permanente en los conceptos básicos matemáticos.

De aquí que los docentes proponen cambios sustanciales en las siguientes promociones a las que salgan de las Instituciones de Jipijapa, a partir del 2016, puesto que aquí ya se tendría una formación acentuada en Matemáticas más exhaustiva y rigurosa, la experiencia ganada desde el 2011 hasta el 2016 haría que mejoraran muchas cosas, desde la infraestructura hasta el uso de los mejores recursos pedagógicos así como los tecnológicos. De acuerdo a los resultados obtenidos con el uso de la guía de autoaprendizaje, se propondrá la elaboración de las guías en base a la experiencia de los docentes, así como de la situación en el contexto real, así como de actividades lúdicas que permitan a los estudiantes acercarse al conocimiento de una manera novedosa y divertida. No es fácil porque para ello se requiere tiempo por parte del docente que elabora estos recursos.

Esta es la etapa en la que se debe realizar un seguimiento de las actividades curriculares que desarrollan los estudiantes dentro del aula de clases, dado que las actividades que los estudiantes desarrollen en su casa las deben controlar los padres de familia.

Tendencias y perspectivas.

El estudio realizado también permitió obtener una opinión acerca de cuáles serán las situaciones que se cree serán seguidas, tanto por los estudiantes, así como por los docentes.

- Los estudiantes de Matemáticas, de los cursos de Bachillerato utilizarán los recursos que se encuentran subidos a la red (aunque ya es un poco tarde para iniciar, debido a que la revolución del internet comenzó hace muchos años atrás), ubicarán animaciones, buscarán vídeos explicativos, encontrarán problemas resueltos y problemas propuestos. El problema es el tiempo que le dedicarán a estudiar realmente haciendo uso de estos recursos.

- Los estudiantes de Matemáticas, de los cursos de Bachillerato no gustarán mucho de la lectura de tipo físico, sino de la lectura virtual, adicionalmente leerán cosas relacionadas con sus gustos, y a menos que los docentes formen en ellos el hábito de la lectura de corte científica, no lo harán por cuenta propia. Los estudiantes preferirán siempre que alguien les hable o les explique a que ellos obtengan el conocimiento por cuenta propia.

- Los docentes encontrarán más productivo utilizar vídeos y otros recursos posteados en la red, de modo que ellos no consuman tiempo elaborando estos recursos, y estos recursos serán más productivos si se los utiliza adecuadamente, porque los estudiantes se aburren con mucha facilidad si no se los hace actuar.

- Los docentes elaborarán recursos en programas computarizados (o los descargarán de la red), de modo que puedan mostrar gráficos de las diferentes funciones, incluyendo a las lineales y a las cuadráticas, o pueden usar una serie de recolección de datos, tabularlos en Excel y poniendo a trabajar la hoja de cálculo ella presentará la gráfica más aproximada, de acuerdo a los datos ingresados.

- Las evaluaciones podrán ser en un futuro desarrolladas de manera virtual, o por medio de vídeo conferencias, en las que no sea más necesaria una conversación, con preguntas de tipo conceptual, y posteriormente de desarrollo de problemas, utilizando herramientas virtuales también.

- Las computadoras que se utilizan ahora, en tres años serán reemplazadas por tablets (tabletas), es más ya están reemplazándolas, pero con la rapidez de evolución de la ciudad tomará más tiempo en toda Jipijapa y en toda Manabí. Y posiblemente dentro de las aplicaciones que tengan las tablets habrá aplicación de análisis de funciones.

2.3. Presentación de resultados y diagnósticos

Luego de realizada la tabulación de resultados de las encuestas, realizadas a 60 profesores de Matemáticas de I de Bachillerato, de los cuales 20 pertenecen a la Unidad Educativa Fiscal "Alejo Lascano", se obtuvieron los siguientes resultados:

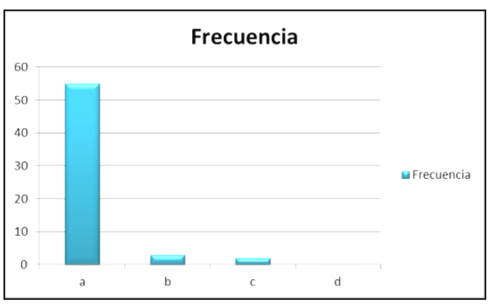
Contenido expuesto en clase por los Docentes

1. El modelado matemático, que resulta en funciones lineales o en funciones cuadráticas lo utilizaría como parte de su programación en (Solamente debe seleccionar una opción):
   a) Primero de Bachillerato.
   b) Segundo de Bachillerato.
   c) Tercero de Bachillerato.
   d) No lo usaría en ningún curso de BGU

Resultados

Respuesta	Frecuencia
a	55
b	3
c	2
d	0

Tabla 6



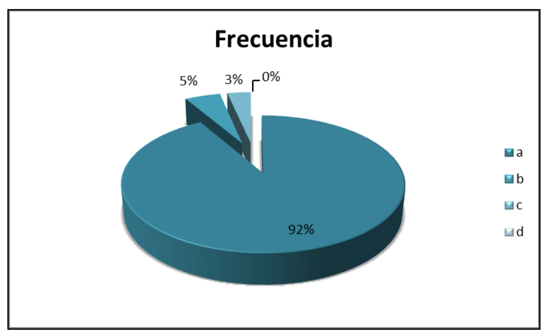


Figura 33

Análisis del resultado

Por lo expuesto en los resultados se nota claramente que los docentes de Matemáticas de las Instituciones encuestadas desean explicar este contenido en el I de Bachillerato, al ser la base de las funciones que posteriormente se analizarán

2. Cuando usted analiza a las funciones lineales en sus clases, usted estudia los siguientes temas: (debe seleccionar una opción)
   a) Completamente la teoría de las rectas (incluyendo tópicos de geometría analítica)
   b) La ecuación de la pendiente de una recta y ecuación general de la recta.
   c) Todas las ecuaciones de una recta y la gráfica de la recta.
   d) La gráfica de la recta, pendiente de la recta, ecuación general de la recta, ecuación punto y pendiente y ecuación pendiente y ordenada al origen.
   e) Otros (especifique)

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	5
B	43
C	10
D	2
E	0

Tabla 7

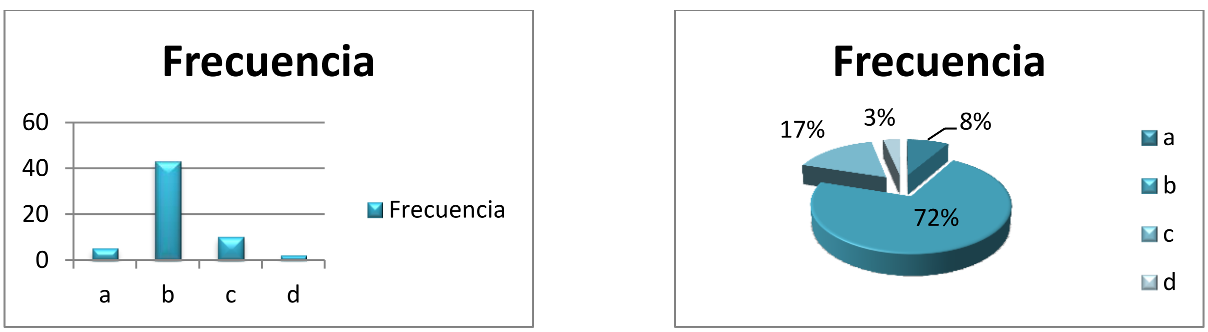


Figura 34

Análisis del resultado
En base a los resultados se observa que los docentes no hacen un estudio geométrico de la recta, sino se analizan las bases de lo que posteriormente serán funciones lineales

3. Dentro del modelado matemático que resulta en funciones lineales, si lo usa, utilizaría aplicaciones relacionadas con (puede seleccionar más de una opción):
   a) Aplicaciones de tipo administrativa como intereses, depreciaciones, etc.
   b) Aplicaciones de tipo geométrica como perímetros, áreas, etc.
   c) Aplicaciones en problemas de tipo científico, que den una relación lineal.
   d) No hace aplicaciones de funciones lineales
   e) Otras (especifique)

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	2
B	8
C	8
D	50

Tabla 8

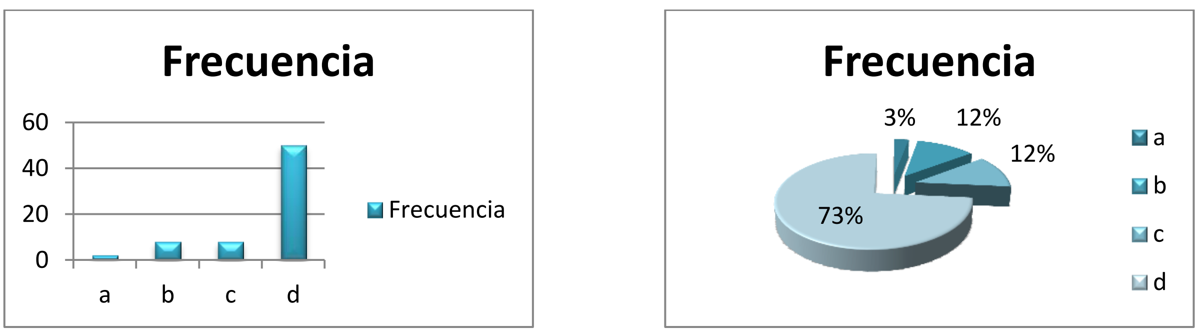


Figura 35

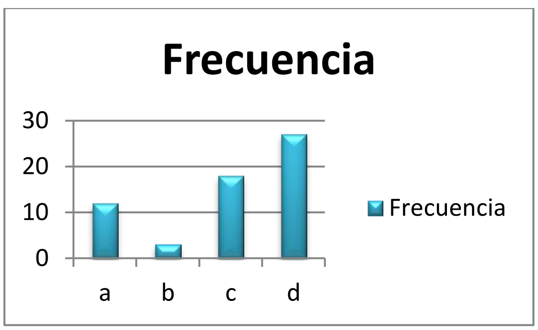
Análisis del resultado
Fue en esta pregunta en la que los investigadores comenzaron a obtener los resultados que se esperaban. No hay muchos docentes que utilicen las funciones lineales para resolver ciertos problemas

4. Si su respuesta fue NO en aplicación de las funciones lineales se debe a que:
   a) Desea utilizar más tiempo para enseñar otros temas.
   b) No desea profundizar mucho en este tema hasta que los estudiantes estén en un nivel superior.
   c) No conoce sobre el tema y por eso no lo enseña.
   d) No lo enseña porque necesita actualizarse en las aplicaciones
   e) Otro. (especifique)

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	12
B	3
C	18
D	27

Tabla 9



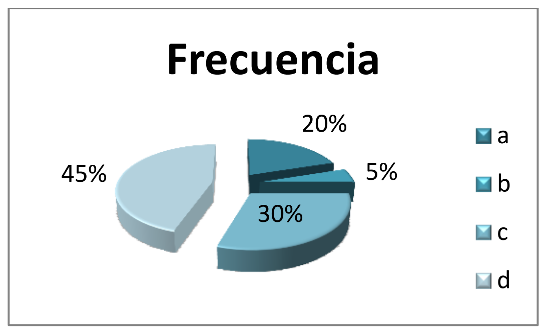


Figura 35

Análisis del resultado

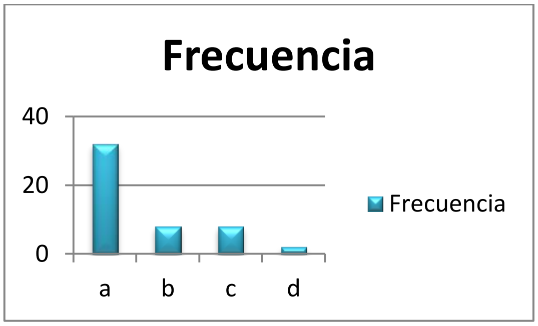
Con los resultados obtenidos en esta pregunta, fundamentamos el hecho de que los docentes necesitan de la actualización en aplicaciones de funciones lineales.

5. Cuando usted analiza a las funciones cuadráticas, usted las representa en la forma:
   a) General
   b) Estándar.
   c) Factorizada
   d) General y Estándar.
   e) Las tres primeras

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	32
B	8
C	8
D	2

Tabla 10



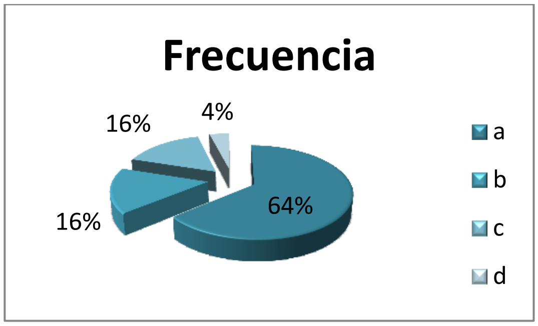


Figura 36

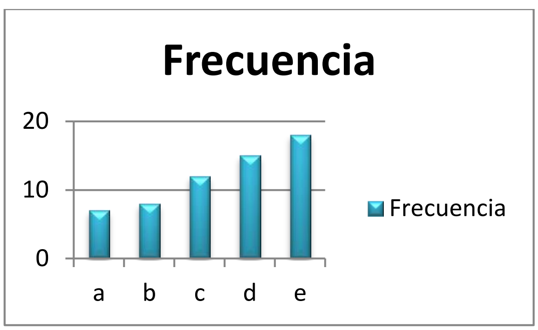
Análisis del resultado
Se observa con los resultados de esta pregunta que los docentes solamente realizan a la función cuadrática para evaluar numéricamente y graficarla, sin analizar todas las características adicionales que tiene la parábola

6. Cuando usted analiza el gráfico de las funciones cuadráticas usa para ello:
   a) Las raíces de la función.
   b) El vértice de la función.
   c) El vértice y las raíces de la función.
   d) El vértice, las raíces y la ordenada al origen de la función.
   e) No analiza a la gráfica, solo resuelve ecuaciones cuadráticas.

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	7
B	8
C	12
D	15
E	18

Tabla 11



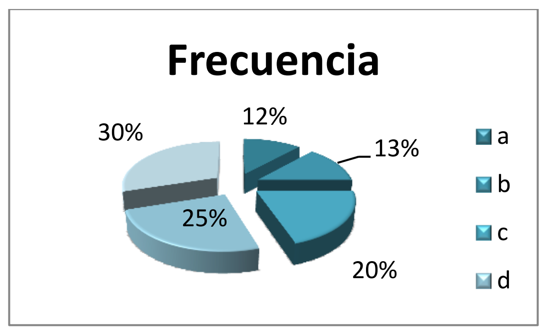


Figura 37

Análisis del resultado

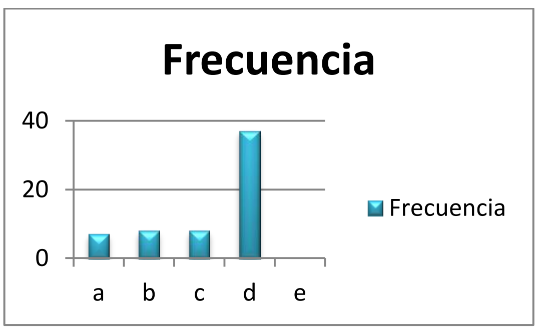
En los resultados de esta pregunta se deduce claramente que falta unificar criterios acerca de la importancia de la gráfica de una función cuadrática, así como de analizar a cada una de las características de la parábola. También se puede observar que un gran número de docentes no usan la gráfica de la función para analizar al fenómeno del cual salió la ecuación cuadrática.

7. Dentro del modelado matemático que resulta en funciones cuadráticas, si lo usa, utilizaría aplicaciones relacionadas con (puede seleccionar más de una opción):
   a) Aplicaciones de tipo administrativa como intereses, depreciaciones, etc.
   b) Aplicaciones de tipo geométrica como perímetros, áreas, etc.
   c) Aplicaciones en problemas de tipo científico, que den una relación lineal.
   d) No aplico modelos matemáticos
   e) Otras (especifique)

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	7
B	8
C	8
D	37
E	0

Tabla 12



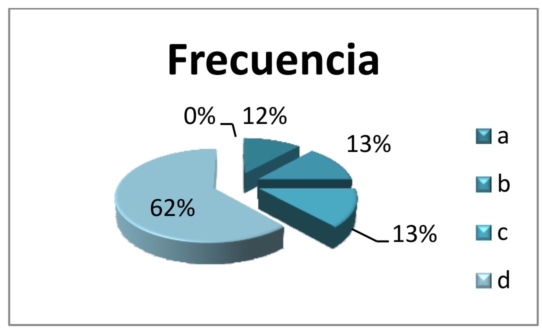


Figura 38

Análisis del resultado

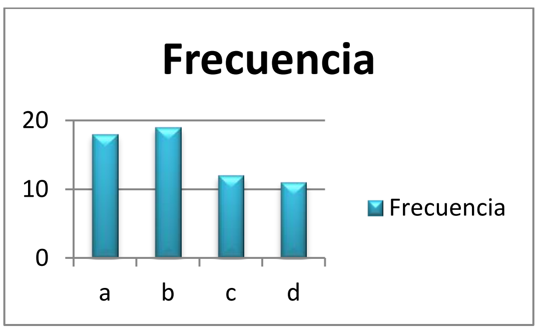
El resultado obtenido en esta pregunta confirma lo antes comprobado, que los docentes de Matemáticas de la UEFAL necesitan actualizar conocimientos en aplicación de funciones en problemas de la vida real. Comenzando desde las funciones básicas como las funciones lineales y cuadráticas

8. Para el modelado matemático se apoya en la representación gráfica:
   a) Nunca.
   b) Pocas veces.
   c) Frecuentemente.
   d) Siempre.

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	18
B	19
C	12
D	11

Tabla 12



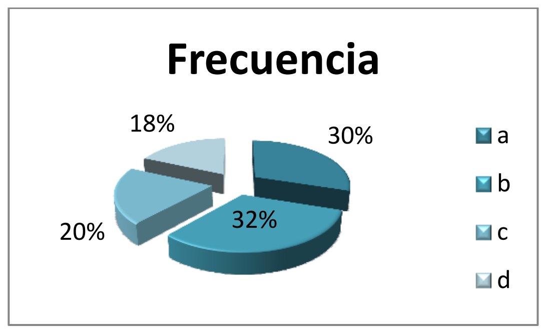


Figura 39

Análisis del resultado
Se observa por los resultados obtenidos en la presente pregunta que los docentes no le prestan mucha importancia al análisis gráfico de las funciones, y por lo tanto esta parte debe formar parte de la actualización de los docentes.

Preguntas relacionadas con metodología y recursos pedagógicos.

9. El dictado de cátedra lo hace de acuerdo a la siguiente metodología:
   a) Expone los temas de manera magistral, y los estudiantes toman apuntes.
   b) Usa proceso de interacción con los estudiantes, pero la cátedra sigue siendo expositiva.
   c) Usa la metodología de trabajo en pares dentro del aula, e independiente en casa.
   d) Propone problemas del medio para resolver con los conocimientos que poseen los estudiantes.
   e) Solo resuelve ejercicios en clase, explicando ejercicios tipo.

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	22
B	5
C	10
D	6
E	17

Tabla 13

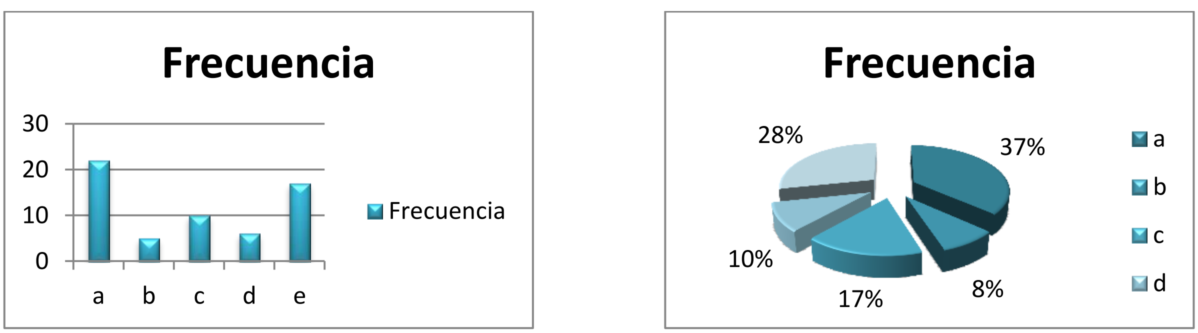


Figura 40

Análisis del resultado

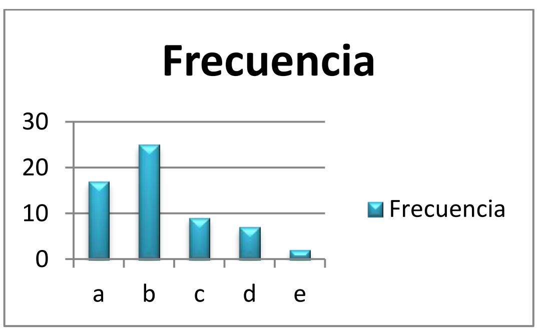
Con los resultados de esta pregunta podemos concluir que los docentes no están utilizando la metodología adecuada para que el estudiante realice procesos de abstracción, y por lo tanto de independización, a la hora de desarrollar procesos.

10. ¿Cuáles son los recursos que mejor se adaptarían, en base a su experiencia en el medio, al estudio de los temas de funciones lineales y cuadráticas?
    a) Uso de diapositivas explicativas.
    b) Uso de diapositivas explicativas sumadas al desarrollo de problemas por parte del docente.
    c) Uso de situaciones diarias, como compra venta de objetos, variación de la temperaturas en el día, etc.
    d) Uso de guía de auto aprendizaje
    e) Todas las anteriores.

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	17
B	25
C	9
D	7
E	2

Tabla 14



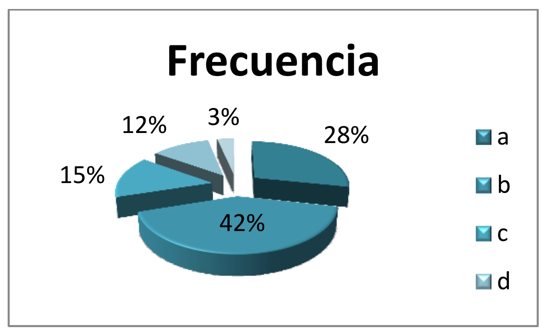


Figura 41

Análisis del resultado

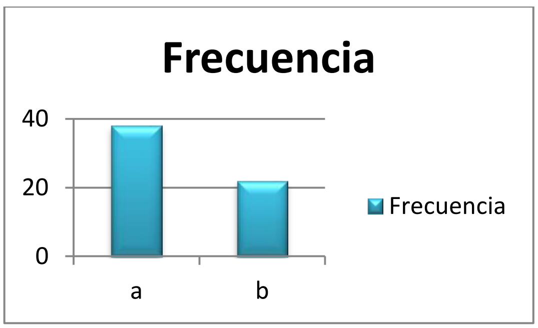
De los resultados obtenidos en esta pregunta podemos concluir que los docentes se enfocan al uso de los recursos visuales y expositivos, pero no tienen mucha confianza en el uso de una guía de aprendizaje, o quizás sea por el desconocimiento del recurso metodológico, o del uso del mismo.

11. ¿Cree usted que los estudiantes deben forjar su propio conocimiento, a partir de la lectura de guías pedagógicas, que indiquen paso a paso conceptos y procedimientos para resolver problemas (a estas guías se las denomina guías de auto instrucción)?
    a) Sí
    b) No

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	38
B	22

Tabla 15



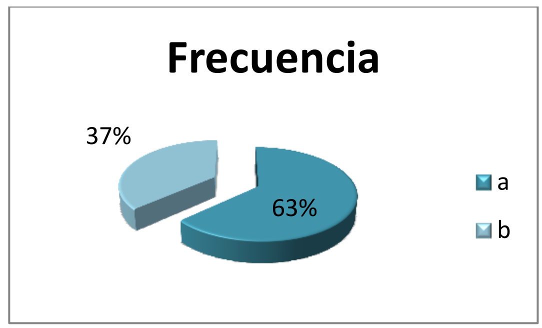


Figura 42

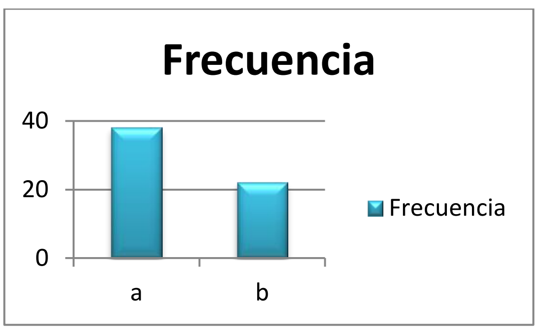
Análisis del resultado
De los resultados obtenidos en esta pregunta podemos concluir que los docentes de primero de Bachillerato encuestados, en un elevado porcentaje desean utilizar nuevos recursos pedagógicos que permita el aprendizaje de manera individual e independiente.

12. ¿Usted utilizaría como uno de los recursos a utilizar en el aprendizaje de modelado matemático de funciones lineales y cuadráticas las guías de auto instrucción?
    a) Sí
    b) No

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	38
B	22

Tabla 16



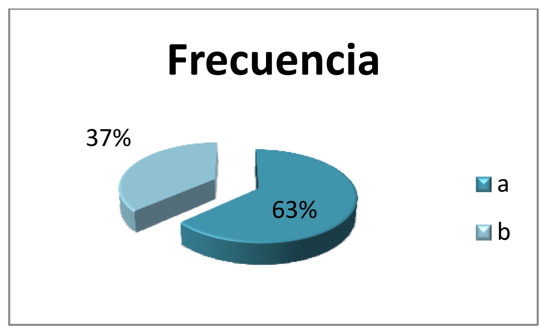


Figura 43

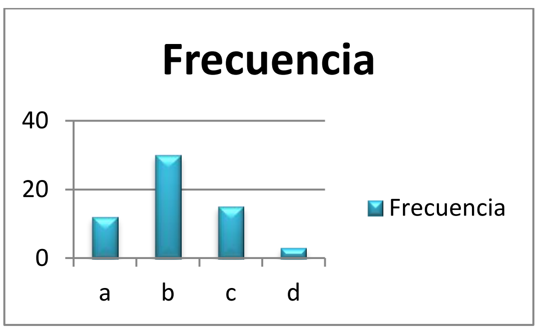
Análisis del resultado
Con este resultado se confirma el análisis de la pregunta anterior. Los docentes en un porcentaje elevado desean utilizar nuevos recursos para aplicar en el proceso de enseñanza aprendizaje

13. En cuanto a la preparación de los contenidos, relacionados con funciones lineales y cuadráticas, usted considera que:
    a) Los conoce completamente, y no necesita una actualización de ellos.
    b) Los conoce pero que necesita una actualización con aplicaciones nuevas.
    c) No los conoce y necesita una actualización con la explicación completa de los temas.
    d) No los conoce y no son necesarios en el contenido académico que necesitan los estudiantes del BGU.

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	12
B	30
C	15
D	3

Tabla 17



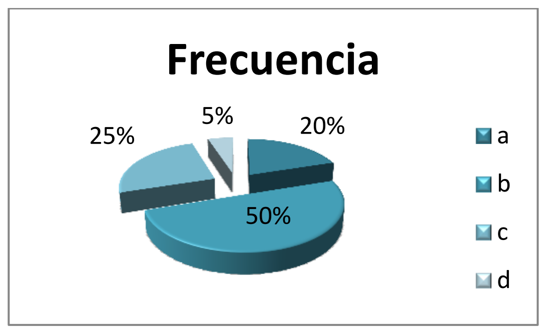


Figura 44

Análisis del resultado

Con este resultado se confirma el hecho de que los docentes de Matemáticas de Primero de Bachillerato poseen una desactualización que puede ser eliminada con la elaboración de cursos, y que sean avalados por Instituciones de Educación Superior de relevancia, que pueden ser de la misma zona o de otra provincia.

14. El medio en el que se desenvuelven los estudiantes es un medio en el que pueden utilizar las funciones lineales y/o cuadráticas
    a) Sí. ¿Por qué?

    ……………………………………………………………………………………………
    ……………………………………………………………………………………………
    ……………………………………………………………………………………………
    ……………………………………………………………………………………………
    ……………………………………………………………………………………………

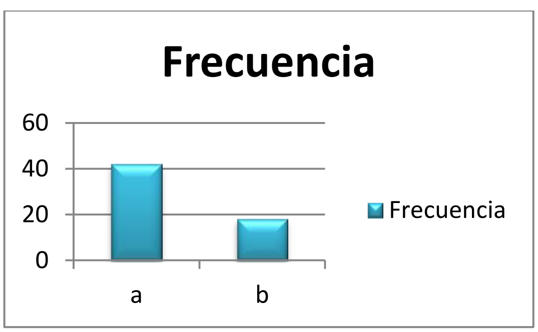
    b) No. ¿Por qué?

    ……………………………………………………………………………………………
    ……………………………………………………………………………………………
    ……………………………………………………………………………………………
    ……………………………………………………………………………………………
    ……………………………………………………………………………………………

Resultados

Respuesta	Frecuencia
A	42
B	18

Tabla 18



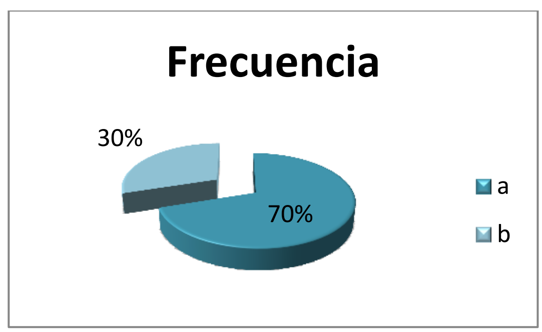


Figura 45

Análisis del resultado

Los docentes de Matemáticas están conscientes de que los contenidos planteados en las funciones lineales y cuadráticas tienen una aplicación directa en el medio en que se desenvuelven los estudiantes, pero para ello se necesita de la preparación adecuada para lleva a cabo una preparación exhaustiva.

2.4. Verificación de las hipótesis.

Al inicio de la investigación se realizó la siguiente hipótesis:

Los estudiantes de I de Bachillerato, de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano” de Jipijapa, elaboran modelos lineales y cuadráticos, luego de usar una guía de auto aprendizaje elaborada por los investigadores, para formar las bases de todo el modelado matemático.

Esta hipótesis se pudo verificar una vez que se desarrollaron actividades tendentes a mejorar la capacidad de comprensión del material de lectura propuesto, en este caso la guía de auto aprendizaje en modelado de funciones lineales y cuadráticas. El recurso que utilizamos fue el de realizar tests de opción múltiple que permitía comprobar los resultados del modelado antes del uso de la guía y después del uso de la guía, y con un grupo adicional que no utilizaba la guía de auto aprendizaje.

Los estudiantes que fueron objeto del estudio se dividieron en dos grupos de 30 estudiantes. Uno de los grupos (grupo de control) estudiaría la guía, y posteriormente desarrollaría las actividades. El otro grupo no usaría la guía, solamente desarrollaría las actividades, posterior a la explicación del tema relacionado con la guía, por parte del docente. Los estudiantes que utilizaron la guía obtuvieron resultados bastante buenos, mientras que los que no utilizaron la guía no los obtuvieron.

Utilizamos conocimientos de Estadística Descriptiva para comprobar los resultados de las respuestas brindadas por los estudiantes, y en base a ello se plantea la propuesta, y consecuentemente las conclusiones y recomendaciones.

CAPÍTULO III

3.1. Tema: Elaboración e implementación de una guía de modelado matemático de funciones lineales y cuadráticas para estudiantes de I de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscal "Alejo Lascano" en el año lectivo 2014 - 2015.

3.2. Justificación

Durante el proceso de aprendizaje de los conceptos matemáticos, los estudiantes de Bachillerato presentan muchas dificultades a la hora de traducir del lenguaje común (o lenguaje cotidiano) al lenguaje algebraico una determinada expresión presentada, de manera que, al observar esta dificultad hemos creído imperiosa la necesidad de tomar cartas en el asunto, desarrollando para ello un instructivo sencillo y básico que permita al estudiante de I Bachillerato sentar las bases del planteamiento de ecuaciones lineales y cuadráticas.

Al aprender los lineamientos básicos de planteamientos de problemas de ecuaciones básicas, el estudiante de I Bachillerato de la UEFAL formará una cultura en la resolución de problemas de aplicación, de manera que al relacionarlos con otros conceptos matemáticos, tales como funciones trigonométricas, funciones exponenciales, funciones logarítmicas, etc., no tendrá inconvenientes. Además, el estudiante mejorará su rendimiento en asignaturas similares a Matemáticas, en las que tenga que plantear problemas por medio de ecuaciones, tales como Química, Física, Economía, Biología, etc.

El procedimiento a seguir para llegar a la optimización de los recursos se fundamenta en la exposición de los conceptos fundamentales, de manera lúdica y expositiva, acompañado con un refuerzo, en el que interviene exclusivamente el estudiante, por medio de una guía auto instruccional, que será diseñada para el cabal cumplimiento de los objetivos propuestos en esta investigación. El docente solamente intervendrá como guía del proceso a seguir, y verificando que se cumpla el proceso al pie de la letra. No está de más el recordar que este estudio se centrará en los estudiantes del I de Bachillerato de un colegio de la Provincia de Manabí, y se contrastará con el procedimiento normal hasta la actualidad utilizado, que se fundamenta en un proceso exclusivamente expositivo por parte del docente.

Además de beneficiarse los estudiantes del I de Bachillerato, la Institución en sí misma se verá beneficiada por este estudio, dado que sus estudiantes de III de Bachillerato (dos años después de este estudio) lograrán ingresar a las diferentes universidades del País sin novedad alguna, luego de aprobar los exámenes de aptitud que propone la SENESCYT, que en su mayoría contienen problemas de tipo lógico – numéricos, acompañados de un conjunto de temas relacionados con problemas verbales, que serán resueltos de manera sencilla, debido a que el uso de la guía autoinstruccional proveerá de las herramientas literarias adecuadas para ello. En la actualidad los resultados del rendimiento de los exámenes de aptitud no son nada agradables, y eso ocurre a que no se ha dotado a los estudiantes de herramientas que utilicen al momento de enfrentarse a este tipo de pruebas.

De los estudiantes que rindieron la prueba de aptitud el 19 mayo de 2012, el 11,4% de ellos no ingresó, y como lo comenta el diario El hoy, con fecha 10 de junio de 2012: *“Los resultados del ENES mostraron que los aplicantes obtuvieron las notas más bajas en el área de razonamiento lógico.”* (Diario El hoy, 2012, tomado de la versión electrónica) En este mismo artículo se presenta la diferencia de número de bachilleres de colegios fiscales, particulares y fiscomisionales que se presentaron a rendir la mencionada prueba: “*De los estudiantes que tomaron el ENES, 66 435 provenían de colegios fiscales, 27 843 de planteles privados, y 9 429 de colegios fiscomisionales o municipales”*. De ello es prueba que no solamente en las instituciones fiscales existen inconvenientes en la resolución de problemas en los que existe un planteamiento ordenado y lógico, y consecuentemente en el planteamiento de una ecuación, sea esta lineal o cuadrática.

Los resultados en los exámenes de exoneración (antes llamados de admisión o de ingreso) no son más halagüeños que los de aptitud, en el artículo aparecido en el diario El Universo el 19 de septiembre de 2012, en el examen tomado a estudiantes aspirantes a ingresar a la ESPOL, de los 432 estudiantes que se presentaron a rendir la prueba no aprobó ninguno, y lo más preocupante es que el promedio obtenido en esa prueba de conocimientos es de 24 sobre 100 puntos posibles, claro está que ese promedio incluye a Física y a Química, aparte de Matemáticas, pero como ya hemos indicado antes son materias o asignaturas que se apoyan entre sí, sobre todo Matemáticas es una ciencia que sirve como soporte a las otras dos. Mientras que en el examen de exoneración tomado en la Universidad de Guayaquil, de los aspirantes de las diferentes carreras relacionadas con Matemáticas, esto es Ciencias Administrativas, Ciencias Matemáticas y Físicas, Ingeniería Química, etc., solamente aprobó un estudiante, este dato fue obtenido del diario El Universo fechado el 20 de septiembre de 2012 (El Universo, 2012, tomado de la versión electrónica).

Todo que hemos expresado en los párrafos precedentes hacen que llevar a cabo esta investigación sea de gran importancia para los investigadores que la realizaremos. Ayudaremos a muchos estudiantes de I de Bachillerato a nivel nacional, puesto que este documento reposará en la Biblioteca de esta importante universidad, y será un material de consulta muy útil, tanto para docentes así como para los estudiantes.

3.3. Diagnóstico:

Una vez realizado el estudio del caso, se ha podido diagnosticar que:

- Los docentes de Matemáticas de Primero de Bachillerato utilizan como recurso pedagógico pizarra, marcador y un texto de apoyo, para el dictado de sus cátedras.

- Los docentes de Matemáticas carecen del tiempo necesario para la elaboración de recursos pedagógicos, y por lo tanto hacen uso del recurso más sencillo, el de la palabra, sin que esto implique que hay comunicación con sus estudiantes.

- Los estudiantes no muestran un apego hacia las ciencias exactas porque los profesores de esta asignatura no cuentan con recursos que los animen a aprender Matemáticas.

- Los problemas de aplicación resueltos en clases son una fiel copia de otras realidades no vividas en nuestro país, y menos en la región en la que se desarrolla la investigación.

- Los estudiantes se vuelven mecánicos por la repetitividad de los ejercicios y la nada aplicación de las ecuaciones y funciones en resolución de problemas del medio

3.4. Fundamentación técnica de la propuesta

3.4.1. Fundamentación legal

De acuerdo al capítulo 30, del Capítulo IV, título III, que se refiere a la Estructura y Niveles del Sistema Nacional de Educación, la malla curricular del Bachillerato tiene un conjunto de asignaturas que son comunes a todos los estudiantes del Bachillerato (RLOEI, 2014). Y estas asignaturas tienen a su vez un grupo de contenidos temáticos mínimos, dentro de los cuales se incluye al concepto de función lineal y función cuadrática.

En el título IV de las Instituciones Educativas, Capítulo IV, Sección II, el artículo 49 de la RLOEI, hace mención a que los docentes deben conocer sobre los proyectos institucionales, y adicionalmente reformar el código de convivencia, esto nos permite proponer un proyecto de introducción de guías de auto instrucción en el área de Matemáticas, con la finalidad de mejorar la calidad de la educación de los estudiantes de I de Bachillerato, al comprender y abstraer contenido que se puede aplicar directamente a la realidad en la que se desenvuelven los estudiantes. (RLOEI, 2014).

Según el artículo 184, del capítulo I, Título VI de la RLOEI, los docentes deben desarrollar un proceso permanente de evaluación, y es este proceso el que nos ha llevado a verificar que los estudiantes de I de Bachillerato necesitan de una guía de auto aprendizaje que les permita aprender sobre funciones lineales y cuadráticas de una manera diferente a la tradicional (RLOEI, 2014). Asimismo, de acuerdo al artículo 185, el docente debe buscar la manera de desarrollar una retroalimentación que permita al estudiante mejorar la capacidad de aprendizaje.

En el artículo 7 de la LOEI claramente está manifiesto el hecho de que el estudiante tiene derecho a una educación de calidad, a recibir por parte de sus docentes la guía respectiva para poder hacer efectivo el aprendizaje, esto está expuesto de igual manera en los artículos 11 y 22 que el docente estará presto para dar una educación con calidad y calidez, al igual que tendrá el respaldo por parte del organismo rector de la educación para la edición de libros, revistas, textos que propicien la independencia en los estudiantes, al igual que el pensamiento crítico y analítico.

3.4.2. Fundamentación Pedagógica

Una guía pedagógica es el recurso impreso que utiliza el docente para relacionarse con el estudiante de una mejor manera, y al mismo tiempo le permite adquirir a éste conocimiento (Fundar, 2001), de acuerdo a una serie de características.

Las guías de aprendizaje son también guías didácticas, pero su intención no es la de revisar la mayor cantidad de temas o capítulos de un año escolar, sino el del aprendizaje del estudiante, que avanzará según su propio ritmo, y con la asesoría del docente (CAFAM, 2008). Esta guía tiene como objetivo fundamental el aprendizaje individual, el trabajo guiado por el docente, y por ende del auto aprendizaje del estudiante.

Esta guía requiere de una elaboración muy detallada y dirigida a la totalidad de los estudiantes, se desarrolla en función de las capacidades de quienes la utilizarán, es el mecanismo que enlaza al libro de texto, al profesor y al estudiante (CAFAM, 2008) pensando en el avance de este último, requiere de poca participación del docente, de modo que el estudiante la puede continuar desarrollando en su casa, con la asesoría de una persona, que no necesariamente sea conocedor de Matemáticas.

Las guías de aprendizaje en Matemáticas se deben desarrollar de acuerdo a los niveles de aprendizaje del estudiante. A pesar de que en el I de Bachillerato estos ya deben haber desarrollado su nivel de operaciones formales bastante bien, debemos sugerir que se consideren las diferentes habilidades inherentes en cada uno de ellos, pues podemos tener en nuestros salones a estudiantes con capacidades variadas; algunos quizás sean muy visuales, otros cinestésicos, otros pueden ser auditivos, otros pueden ser sensoriales, otros motrices, entre otros, de acuerdo al modelo de los cuatro cuadrantes de Herrmann (DGB/DCA/ 12 – 2004).

.

3.5. Objetivos de la propuesta

3.5.1. Objetivo general.

Lograr que los estudiantes de I de Bachillerato de la UEFAL, elaboren modelos lineales y cuadráticos de situaciones reales de su entorno, usando la guía de auto aprendizaje elaborada por los investigadores, para sentar las bases de todo el modelado Matemático.

3.5.2. Objetivos específicos.

Diseñar y elaborar una guía de auto aprendizaje, para los estudiantes de I de Bachillerato, de la UEFAL, que contenga los lineamientos para el modelado de funciones lineales y cuadráticas.

Aplicar la guía de auto aprendizaje elaborada, en estudiantes de I de Bachillerato de la UEFAL.

Comprobar que los estudiantes de I de Bachillerato de la UEFAL utilizan una metodología sistemática, para el modelado matemático lineal y cuadrático en situaciones diarias de su entorno.

3.6. Factibilidad de la propuesta

3.6.1. Legal

La elaboración de la guía de auto instrucción debe pasar por una revisión técnica, que verifique que cumple con:

- El contenido programado en la propuesta de Bachillerato General Unificado.
- La metodología implementada sea la adecuada para estudiantes de I de Bachillerato.
- Los tiempos en que se desarrollan las actividades planteadas en la guía son los adecuados para cada uno de los temas desarrollados.
- La aplicación de la guía se adecúe a problemas que ocurren en el entorno en el que se desenvuelve el estudiante.

La implementación de la guía de auto instrucción en la UEFAL debe pasar por la revisión técnica del área de Matemáticas de la Institución. Posterior a ello, el Consejo Directivo de la Institución deberá aprobar la institucionalización de la guía como un recurso pedagógico, que podrá ser utilizado como documento de apoyo al docente de Matemáticas de Primero de Bachillerato.

La elaboración e implementación de la guía de auto instrucción debe pasar por un proceso de legalización, y de inscripción en la Casa Ecuatoriana del Libro, para cumplir con los derechos de propiedad intelectual. Proceso que es factible siguiendo el proceso siguiente:

- Pago de la inscripción de la obra a publicarse en cualquier institución bancaria, a nombre de la Casa Ecuatoriana del Libro.
- Envío, vía correo electrónico, del título de la obra, al igual que el número de páginas.

- Envío de la portada de la obra, vía correo electrónico, a la Casa Ecuatoriana del Libro.

3.6.2. Financiera

De ser implementada la guía, esta sería utilizada por aproximadamente 400 estudiantes que cursan primero de Bachillerato cada año en la UEFAL. Por ello el cálculo se realizará para 400 unidades de la guía de auto instrucción.

Recurso por cada guía	**Unidades por guía**	**Costo por guía**	**Costo total**
Hojas	30	$ 0.30	$ 120
Impresión (imprenta)	30	$ 0.60	$ 240
Transporte			$ 20
Encuesta inicial			$ 20
Total			$ 400

Tabla 19

3.6.3. Técnica

Para la elaboración e implementación de la guía de auto instrucción se necesitan los siguientes recursos técnicos:

- Información actualizada sobre las actividades que realizan los manabitas en su convivir diario.
- Textos actualizados de Matemáticas, con aplicaciones de funciones a la vida diaria, con modelado.
- Software de representación gráfica de ecuaciones. Para el caso del proyecto se usa winplot.
- Software de representación gráfica o de dibujos geométricos. Para el caso del proyecto se usa VISIO.

3.6.4. Recursos

Humanos

Para el desarrollo e implementación de la guía de auto instrucción se necesitarán directamente de las siguientes personas:

- Diseñadores de la guía de auto instrucción.
- Docentes que harán la revisión técnica de la guía.
- Docentes que utilizarán la guía con sus estudiantes.
- Estudiantes de Primero de Bachillerato en Ciencias.
- Directivos que permitirán la implementación de la guía.

3.6.5. Política

Para la implementación de la guía de auto instrucción se deberán implementar las siguientes políticas, de modo que se consiga el objetivo planteado.

- Se utilizará la guía de auto instrucción exclusivamente para el desarrollo de los conceptos de funciones lineales y funciones cuadráticas, mismas que se estudian en el bloque de Funciones, en el primero de Bachillerato.
- El docente sirve solamente como un orientador para el estudiante, no le indica al estudiante qué hacer en cada parte del desarrollo de la guía de auto instrucción, pero sí le guía en el proceso en caso de tener dudas de alguna actividad a desarrollar.
- El docente debe modificar el grupo de problemas de aplicación, de acuerdo a como la problemática de vida en la sociedad cambie.
- La guía se entrega a los estudiantes de manera gratuita.
- El gobierno se encarga de la reproducción de las guías, incluso la parte económica.

3.7. Descripción de la propuesta

Se ha desarrollado una propuesta en la que el estudiante de Primero de Bachillerato de la UEFAL, es el principal actor, debido a que la propuesta se centra en la elaboración de una guía de auto instrucción de modelado matemático en funciones lineales y cuadráticas. Lo novedoso de la guía de auto instrucción está en la estructura, se presentan a las funciones lineales y cuadráticas de manera gráfica en primera instancia, posterior a ello se define formalmente a ambas funciones, y a continuación se procede a aplicar ambas funciones en problemas que ocurren en el entorno en el que se desenvuelve el estudiante.

Como lo indica su nombre, la guía de auto instrucción está diseñada para que sea manejada exclusivamente por el estudiante, está elaborada de manera que los conceptos se introducen de a poco, esto es, se definen características de las funciones una vez que se haya realizado su presentación de manera gráfica, y el estudiante de acuerdo al conjunto de actividades planteadas va desarrollando habilidades y destrezas, que le permitirán llegar hasta el modelado con suficiencia.

Es posible que el estudiante tenga ciertas dudas al desarrollar las actividades, y es precisamente ahí el momento en el que el docente prestará su ayuda, su guía, para inducir al estudiante a seguir por el camino correcto. El docente no hace ninguna aparición hasta que el estudiante lo necesite. En caso de que el estudiante no complete la actividad, la puede desarrollar en casa con la asesoría de una persona adulta, que no necesariamente esté preparada en Matemáticas. Esta última es otra de las características que hace a la guía de auto instrucción una herramienta poderosa, a ser utilizada por el docente para el dictado de su clase, y por el estudiante para adquirir conocimiento.

La guía de auto aprendizaje tiene al final de cada tema un conjunto de actividades, que están pensadas en fortalecer al conocimiento adquirido por el estudiante en el proceso de aprendizaje. Tienen la misma característica de los ejercicios de iniciación o introducción. El docente está en la posibilidad de incrementar este número de ejercicios, de acuerdo a la necesidad del grupo. Este conjunto de ejercicios tienen la finalidad de fortalecer y sembrar en el estudiante los fundamentos analizados en el desarrollo de los ejercicios resueltos.

A continuación se presenta la guía como la va a tener el estudiante en sus manos. Con la estructura similar a como se la expuso en páginas precedentes.

UNIDAD EDUCATIVA FISCAL “ALEJO LASCANO”

GUÍA DE AUTO INSTRUCCIÓN DE MODELADO DE FUNCIONES LINEALES Y FUNCIONES CUADRÁTICAS

ELABORADA POR:

RICCY PAMELA BAQUE SOLEDISPA
JULIO CÉSAR MACÍAS ZAMORA

GRADO O CURSO

I DE BACHILLERATO

AÑO LECTIVO
2014 – 2015

JIPIJAPA – MANABÍ

OBJETIVO: Al finalizar esta guía de auto aprendizaje, usted señor estudiante se encontrará en la capacidad de:

- Definir función lineal.
- Graficar funciones lineales.
- Diferenciar funciones lineales de otros tipos de rectas.
- Aplicar funciones lineales en problemas del medio que se ajusten al modelado lineal.

INTRODUCCIÓN

¡BIENVENIDO JOVEN ESTUDIANTE! Te encuentras al inicio de una aventura emocionante, el del modelado de funciones lineales. A través de ellas podrás adquirir conocimientos de cómo expresar en números muchas de las cosas que suceden alrededor nuestro.

A continuación encontrarás una serie de actividades que desarrollar paso a paso, sigue las instrucciones, dedica el tiempo necesario para comprender las cosas, saca tus propias conclusiones, pregunta al profesor en caso de no entender alguna instrucción, repasa en casa tus anotaciones y de manera activa desarrolla las evaluaciones.

Disfruta de este trabajo y nuevamente ¡BIENVENIDO!

En esta parte Sr. Docente indique al estudiante que el objetivo de esta clase es que solamente observe los gráficos, y en base a ello luego indique cuál es la gráfica que representa a una función lineal.

1.1. ¿Qué es una función lineal?

Es una función, cuya gráfica en el **plano cartesiano** es una recta. A continuación se presentan varios ejemplos de funciones lineales.

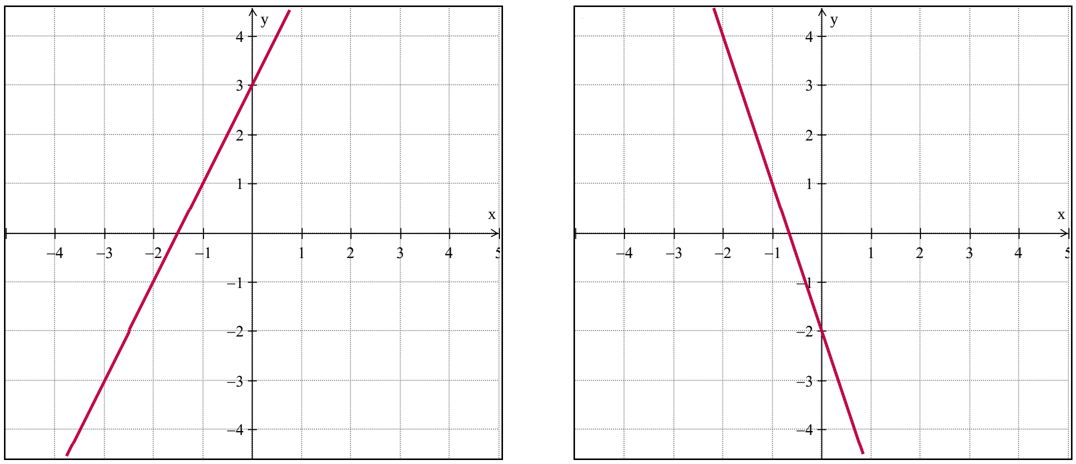


Figura 1.

Pueden haber también gráficas de rectas en el plano cartesiano que no son funciones lineales.

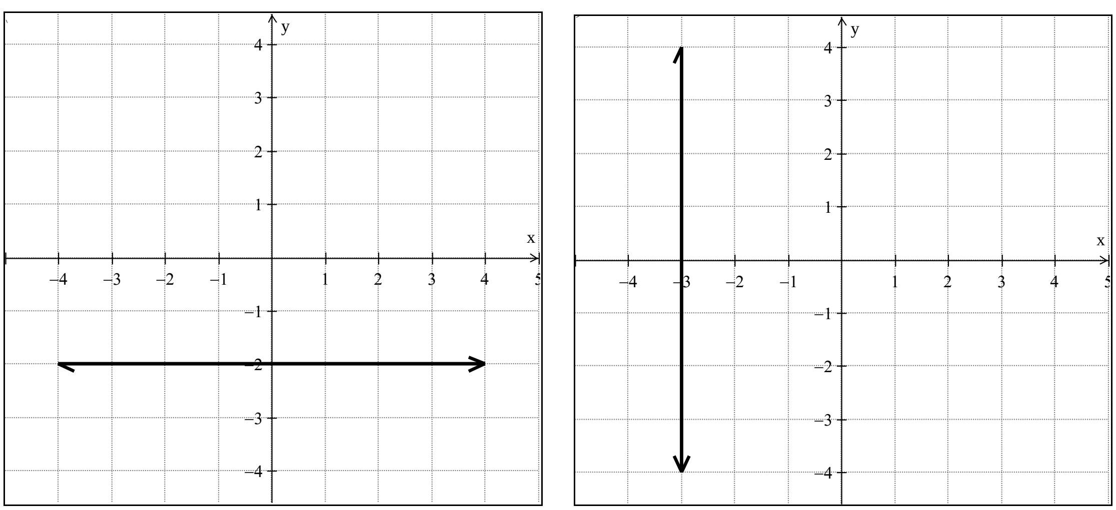


Figura 2

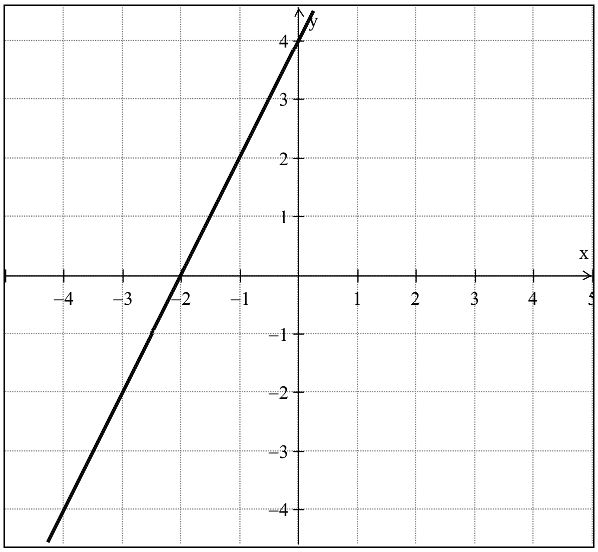
A continuación Sr. Docente se le sugiere el tiempo que tiene de duración la clase. Usted puede modificarlo, en base a su experiencia y el grupo humano.

<u>TIEMPO SUGERIDO:</u> 20 minutos, incluida la actividad 1.

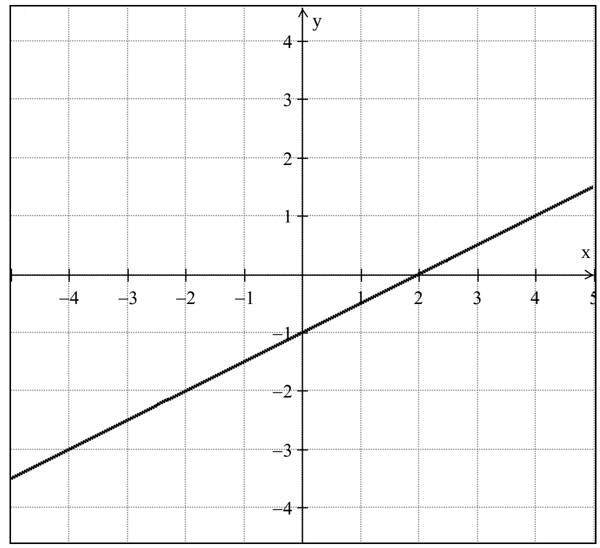
<u>ACTIVIDAD # 1</u>

De las siguientes gráficas presentadas indique cuáles de ellas son funciones lineales, e indique por qué son funciones lineales.

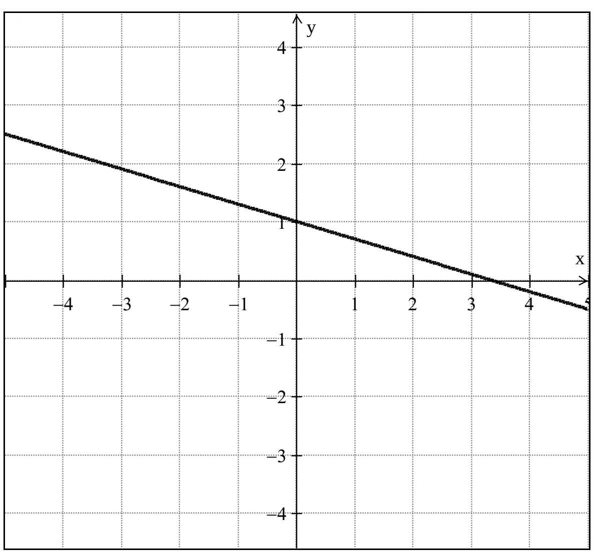
a)



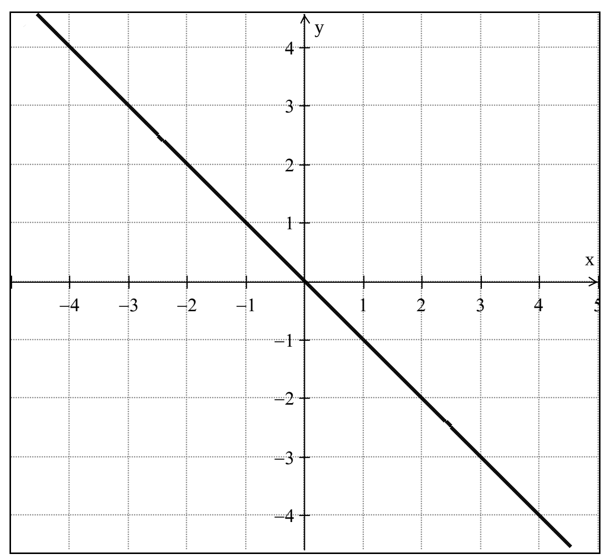
b)



c)



d)



OBSERVACIÓN: Como se podrá notar, no hay gráficas de rectas horizontales o verticales, se sugiere que se haga notar esta situación al estudiante, de manera que poco a poco vaya conceptualizando a la función lineal.

En esta clase se sugiere solamente hacer notar al estudiante el concepto de qué es pendiente de una recta, sin necesidad de calcular el valor todavía.

1.2. Pendiente de una función lineal.

Como se estudió en el tema anterior, 1.1., las rectas que NO son verticales y que NO son horizontales son las funciones lineales.

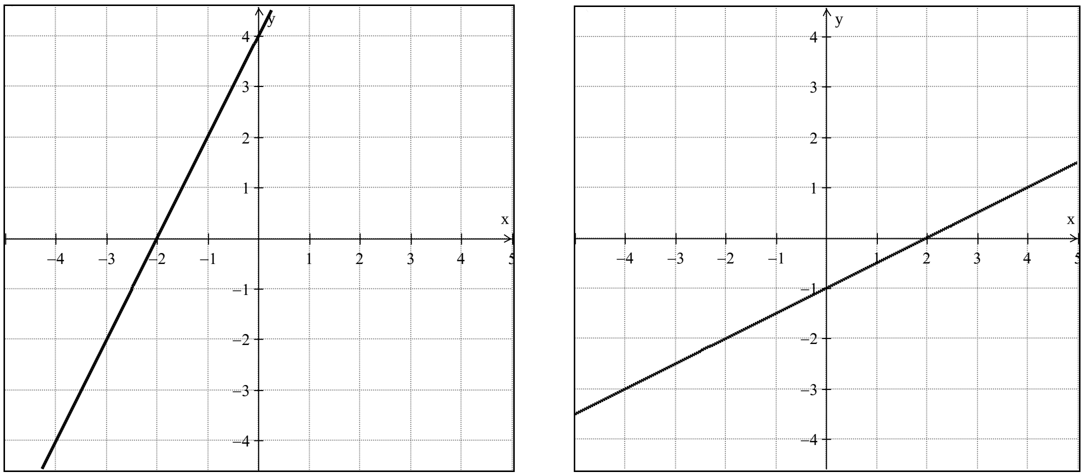


Figura 3.

Las rectas que se inclinan como las mostradas en la figura 3 tienen **pendiente positiva**. Mientras que las rectas inclinadas como las mostradas en la figura 4 tienen **pendiente negativa**.

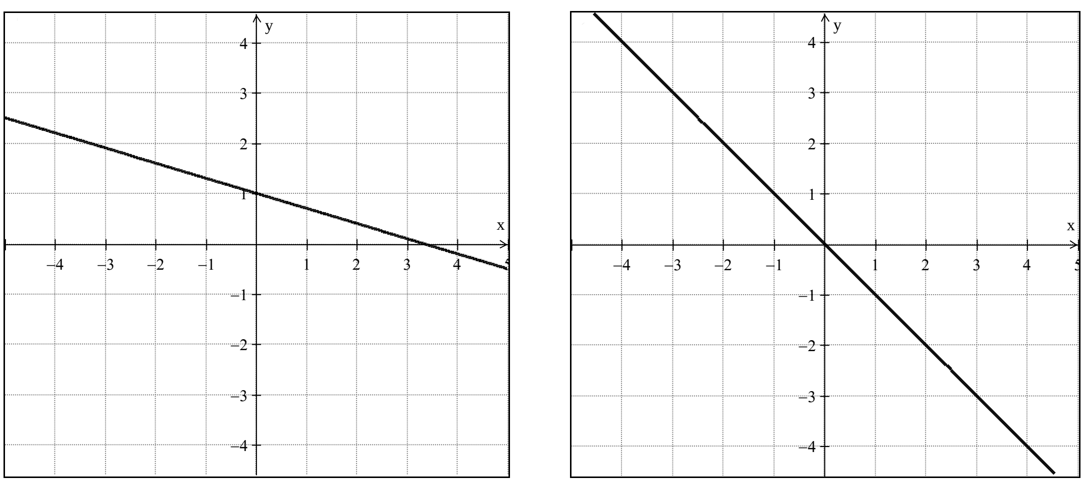


Figura 4.

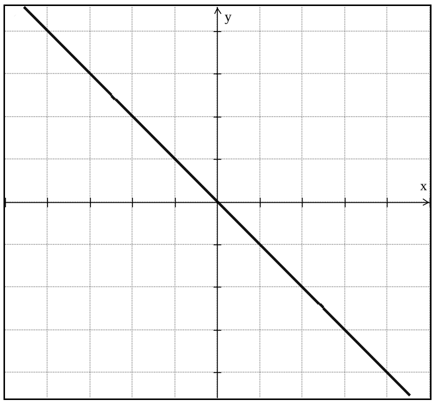
Igual que en la anterior actividad, se sugiere el tiempo destinado para el tema que se analizó, pero usted lo puede variar según su criterio y conveniencia.

<u>TIEMPO SUGERIDO:</u> 20 minutos, incluida la actividad 2.

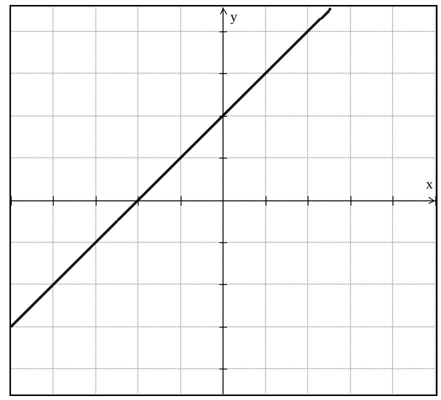
ACTIVIDAD # 2

Indique cuáles de las rectas presentadas a continuación tienen pendiente positiva, y cuáles tienen pendiente negativa.

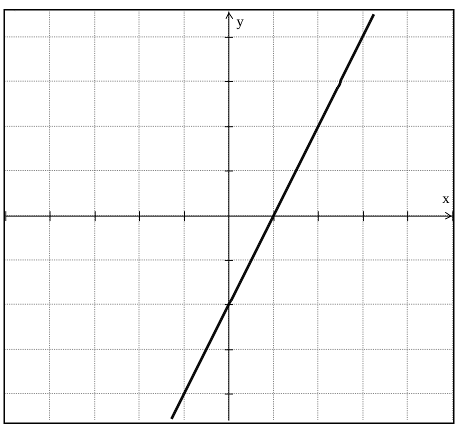
a)



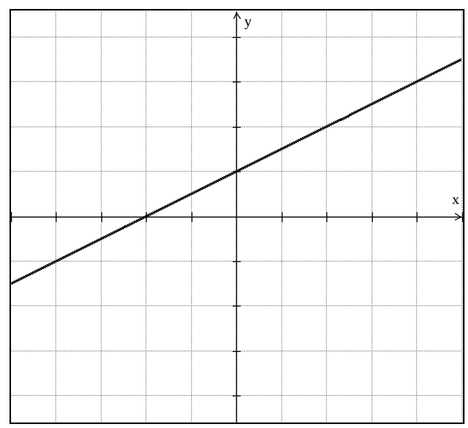
b)



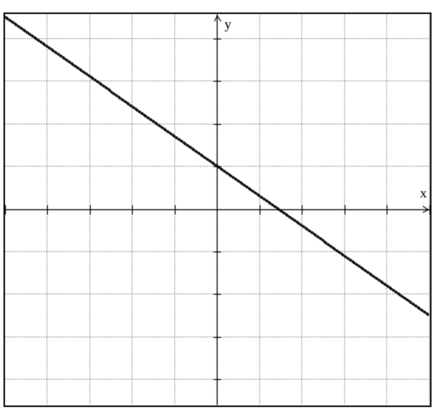
c)



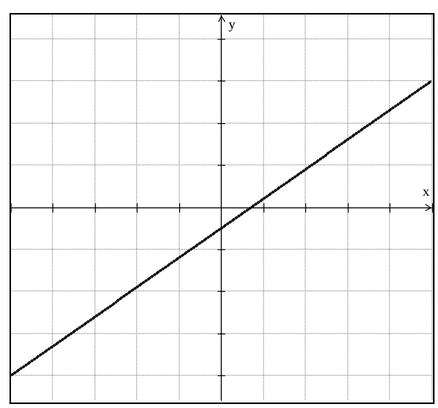
d)



e)



f)



OBSERVACIÓN: Sin que se incluya dentro del contenido de función lineal, haga notar al estudiante, de manera gráfica, que también las rectas horizontales y verticales tienen pendiente.

En esta parte del contenido de funciones lineales insista mucho en que la gráfica de la función es muy importante para la obtención de la función lineal, en forma algebraica.

1.3. Forma general de la función lineal.

Ordenada al origen.

La representación algebraica de una función lineal es f(x) = ax + b. Los valores "a" y "b" que aparecen en la representación de una función lineal se denominan constantes. La constante "b" es la ordenada al origen de la función lineal, y es el lugar por donde corta o interseca la recta al eje y.

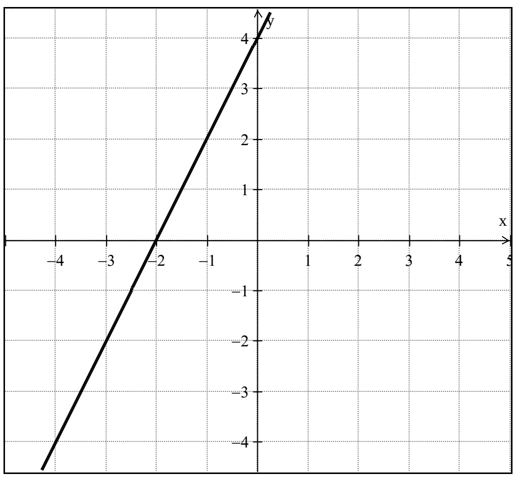


Figura 5.a

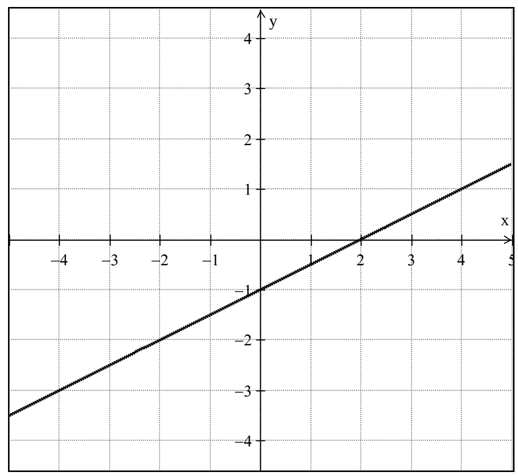


Figura 5.b

En la figura 5.a. la ordenada al origen es b = 4; mientras que la ordenada al origen en la figura 5.b. es b = – 1.

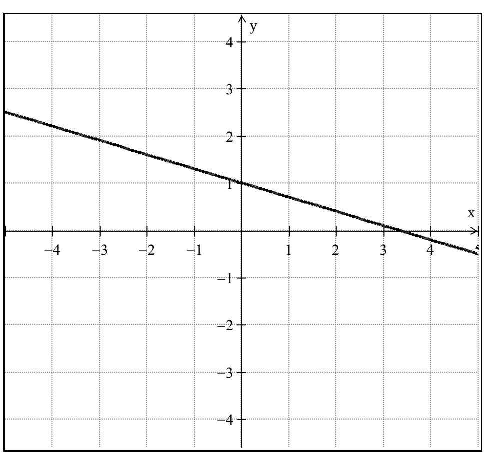


Figura 6.a

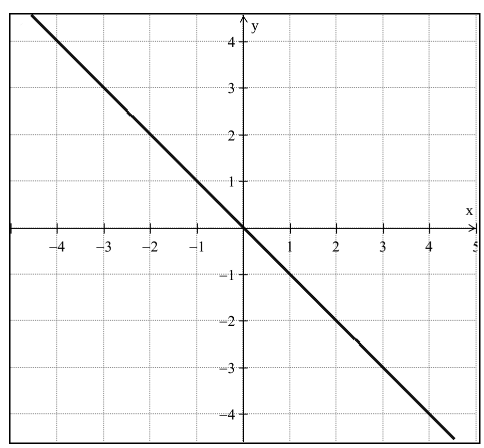


Figura 6.b

En la figura 6.a. la ordenada al origen es b = 1; mientras que la ordenada al origen en la figura 6.b. es b = 0.

Cálculo de la pendiente de una recta.

La pendiente de una recta se simboliza matemáticamente con la letra “m”, o con la letra “a” en la expresión general para la función lineal. La pendiente se calcula siempre que tengamos dos puntos conocidos de una recta. La forma de calcularla es usando la fórmula siguiente:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

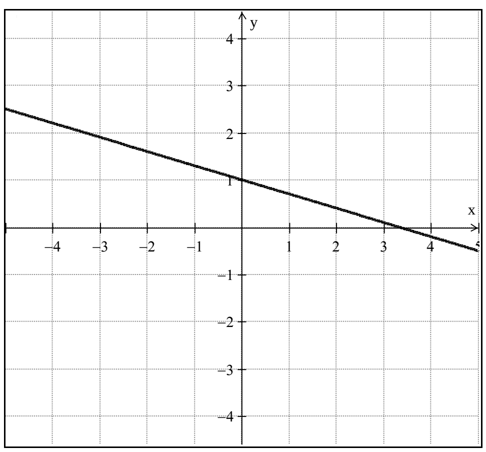


Figura 7.a.

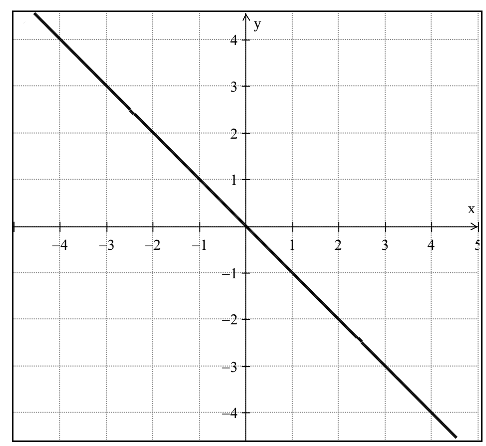


Figura 7.b.

Calcularemos la pendiente de las rectas que se presentan en la figura 7. En la figura 7a podemos tomar los datos de dos pares ordenados, un par ordenado puede ser (– 2; – 1) y otro par ordenado que podemos tomar es (0; 3). Con los dos pares ordenados anteriores encontramos la pendiente de la recta.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{3-(-1)}{0-(-2)} = \frac{4}{2}$$

$$m = 2$$

Para la recta que aparece en la figura 7b, los pares ordenados que tomaremos como referencia son (– 2; 4) y (0; – 2). La pendiente será entonces:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-2-4}{0-(-2)} = \frac{-6}{2}$$

$$m = -3$$

La ecuación general de las rectas que se muestran en la figura 7 son:

Ecuación de la recta de la figura 7a.

y = 2x + 3
f(x) = 2x + 3

Ecuación de la recta de la figura 7b.

y = – 3x – 2
f(x) = – 3x – 2

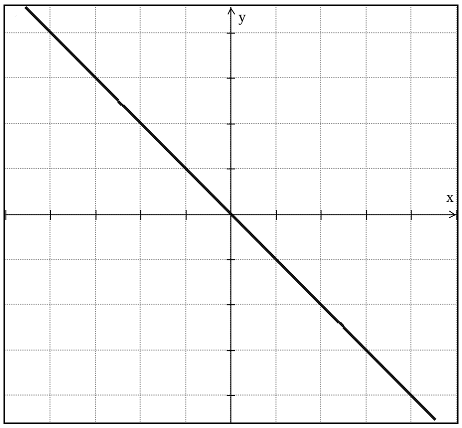
OBSERVACIÓN: hacer notar al estudiante que si bien es cierto que se calcula la pendiente algebraicamente, esto da la idea de cómo es la gráfica de la recta a la que representa.

TIEMPO SUGERIDO: 80 minutos, incluida la actividad 3.

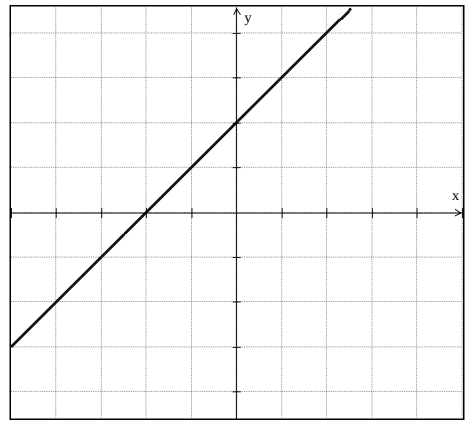
ACTIVIDAD # 3

Escriba la ecuación de cada una de las rectas en forma general, f(x) = ax + b, donde "a" es la pendiente de la recta y "b" es la ordenada al origen.

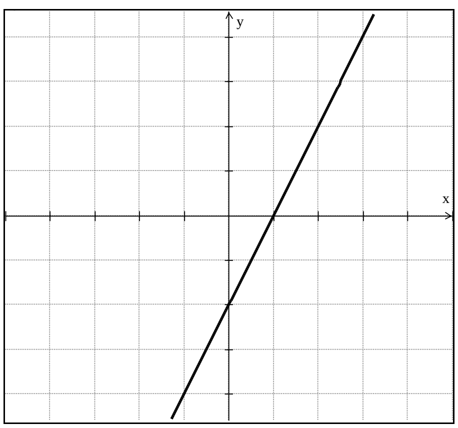
a)



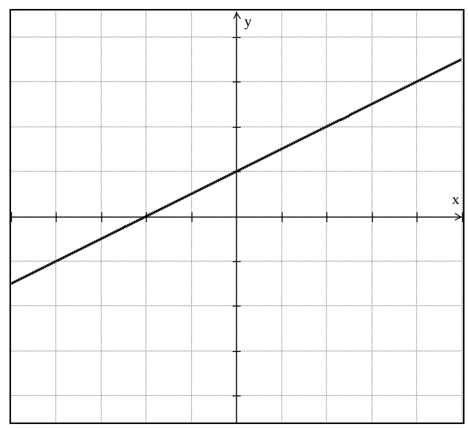
b)



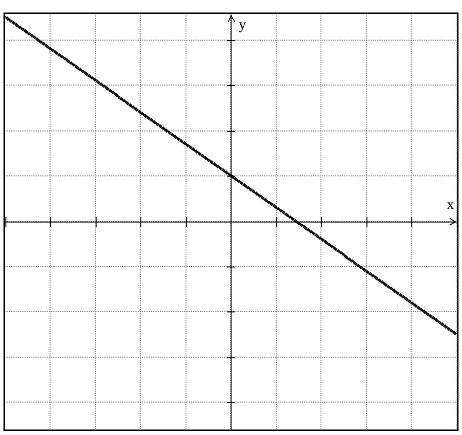
c)



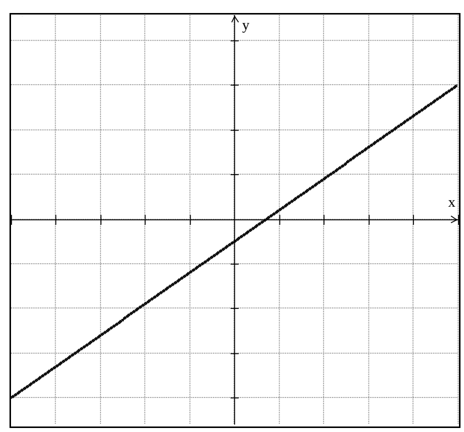
d)



e)



f)



1.4. Aplicaciones de la función lineal.

Indique al estudiante claramente cuál será el proceso a desarrollar para la resolución de problemas.

Instrucciones

1. Lea cada ejercicio, tantas veces como sea necesario, hasta que haya identificado los datos conocidos.
2. Una vez identificados los datos, encuentre la pendiente de la función lineal y la ordenada al origen.
3. Represente gráficamente a la función lineal y exprese finalmente en una ecuación a la función.

EJEMPLO 1

Una empresa de ventas de teléfonos celulares le ofrece al empleado el siguiente plan de pago, de acuerdo al número de teléfonos vendidos. Si no vende ningún teléfono el pago que recibirá será de $ 50, y por cada teléfono que venda recibirá veinte dólares más. Si se hace una tabla de valores, desde cero teléfonos vendidos hasta diez teléfonos tendríamos los siguientes valores.

Número de teléfonos	Pago a recibir ($)
0	50
1	70
2	90
3	110
4	130
5	150
6	170
7	190
8	210
9	230
10	250

Tabla 1

Al trazar la gráfica de los puntos que se presentan en la tabla anterior tendremos una línea recta, la misma que se muestra en la figura 8.

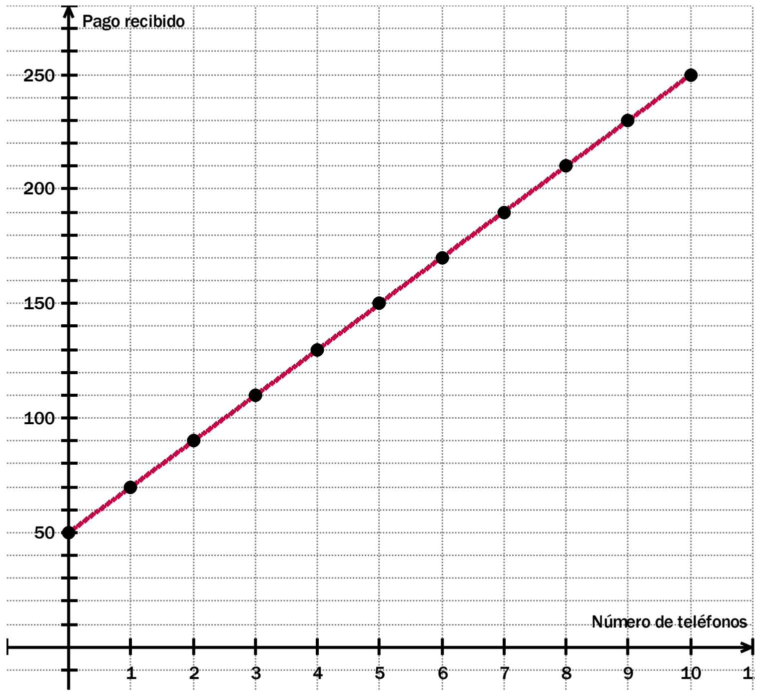


Figura 8

Al representar la gráfica anterior por medio de una ecuación se lo hace por medio de la expresión f(x) = ax + b. La expresión anterior se analizó en detalle en las páginas anteriores.

Recordemos las partes de la función lineal, cómo obtener la forma general de ella y cómo graficarla de manera sencilla. En la expresión f(x) = ax + b, "a" es la pendiente de la recta, y se la puede calcular por medio de la expresión

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Para los datos mostrados en la tabla 1, calcularemos la pendiente de la recta.

$$a = \frac{(210 - 130)\,dólares}{(8 - 4)\,teléfono}$$

$$a = \frac{80}{4}$$

$$a = 20\,dól/tel.$$

Hemos tomado dos puntos cualesquiera de la tabla mostrada, siempre el resultado será el mismo. En la expresión f(x) = ax + b, "b" es la ordenada al origen, y es el valor donde la recta cruza por el eje de las Y, o sea, es el valor de Y cuando X vale cero. De la gráfica anterior podemos observar que ese número es 50. Con el proceso anterior ya podemos formular la forma general para la situación mostrada antes, esto es, a = 20 y b = 50, por lo tanto la expresión de la función lineal es, f(x) = 20x + 50.

EJEMPLO 2

Al nacer, Rebeca pesa 10 libras (lb), y tres años después alcanza 30 lb. Los médicos suponen que el peso W (en lb) en la infancia está relacionado linealmente con la edad t (en años).

(a) Exprese el peso de Rebeca, W, en función de t.
(b) ¿Cuál será el peso de Rebeca, cuando tenga 6 años?
(c) ¿A qué edad pesará Rebeca 70 lb?
(d) Trace una gráfica para la relación del peso de Rebeca con su edad, desde que nació hasta los 12 años.

SOLUCIÓN

a) La representación general de la función es W(t) = at + b; aquí W(t) significa que el peso estará expresado en función del tiempo, t, en años. Cuando Rebeca nació el tiempo es t = 0, y W(0) es el peso en ese instante, o sea, 10 lb.

W(0) = a(0) + b
10 = b

El valor hallado es la ordenada al origen, con el otro dato dado en el enunciado hallaremos el valor de "a", W(3) es el peso de Rebeca a los tres años, o sea t = 3, y esto es 30 libras.

W(3) = a(3) + 10
30 = 3a + 10
30 – 10 = 3a
20 = 3a
a = 20/3
Las unidades de "a" son lb/año.

$$W(t) = \frac{20}{3}t + 10$$

b) A los 6 años, t = 6, y el peso será W(6)

$$W(6) = \frac{20}{3}(6) + 10$$
$$W(6) = 20(2) + 10$$
$$W(6) = 40 + 10$$
$$W(6) = 50$$

c) Aquí no sabemos para qué tiempo, t, el peso de Rebeca es 70 lb.

$$W(t) = \frac{20}{3}t + 10$$

$$70 = \frac{20}{3}t + 10$$

$$70 - 10 = \frac{20}{3}t$$

$$60 = \frac{20}{3}t$$

$$\frac{60(3)}{20} = t$$

$$t = 9$$

A los nueve años Rebeca pesará 70 lb.

d) Con los datos obtenidos trazamos la respectiva gráfica.

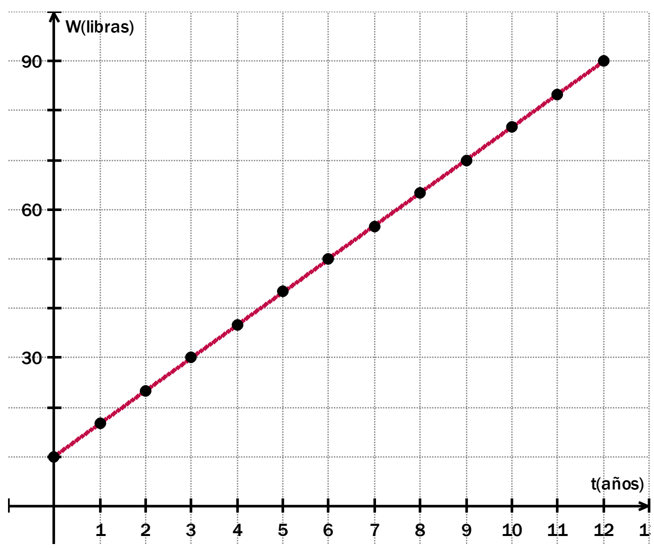


Figura 9

EJEMPLO 3

Miranda hace un préstamo de $ 8250, y pagará mensualmente $ 125 hasta cancelar totalmente la deuda.

a) Encuentre la relación entre la deuda, P en dólares, y el tiempo, t, en meses que demorará en pagar Miranda.
b) ¿Después de cuántos meses Miranda deberá $ 5000?
c) Trace la gráfica que muestra la relación entre P y t.

SOLUCIÓN

c) Cuando t = 0 meses Miranda debe $ 8250, t = 1 mes Miranda debería 8250 – 125 = $ 8125, con los dos valores encontrados encontraremos la pendiente de la recta

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{8125 - 8250}{1 - 0} = -125 dol/mes$$

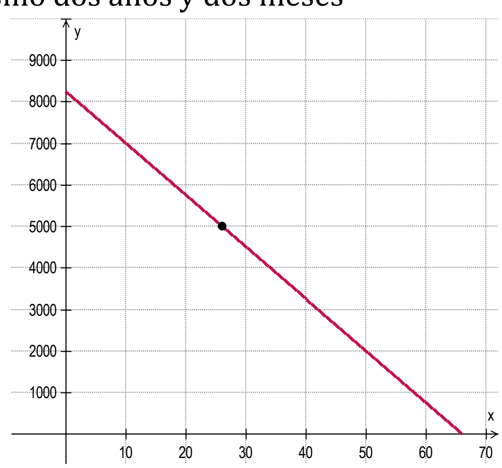
Por lo tanto la ecuación de la recta que representa a la función sería

$$f(x) = ax + b$$
$$f(x) = -125x + 8250$$

d) Con la función encontrada encontramos el dato solicitado

$$f(x) = -125x + 8250$$
$$5000 = -125x + 8250$$
$$-3250 = -125x$$

x = 26 meses o lo que es lo mismo dos años y dos meses



Sugerir al estudiante resolver los ejercicios que ya están resueltos para que adquiera las habilidades necesarias para los ejercicios de aplicación.

TIEMPO SUGERIDO: 160 minutos, incluida la actividad 4.

ACTIVIDAD # 4

1. Una carrera de taxi, con taxímetro, se paga de acuerdo a un consumo mínimo, y un valor adicional a ese mínimo, que se cobra por cada kilómetro recorrido. El valor mínimo de la carrera de taxi es de $ 2.00, que corresponde a 5 km recorridos, y por cada kilómetro adicional se pagan $ 0.36 más por cada kilómetro.
   a) ¿Cuánto debe pagar una señora que recorre 14 km de su casa a su trabajo?
   b) Otro día la señora paga por su carrera $7.60, ¿Cuántos kilómetros recorrió en la segunda carrera?

OBSERVACIONES: Supervise permanentemente el trabajo de los estudiantes y anímelos a que tengan la paciencia del caso para comenzar a resolver problemas. Solamente si fuera necesario intervenga en el planteamiento de los problemas

2. Steve, esposo de Miranda, desea ayudarla a pagar un préstamo que realizó, para lo que compra una heladería. Mensualmente debe pagar: por el arriendo $ 1000, por los costos de operación de la heladería $ 2600, y además debe pagar el equivalente al 5% de los ingresos mensuales, I.
   a) Exprese los gastos mensuales, C, en función de los ingresos, I.
   b) La utilidad, U, en un negocio es la diferencia entre el ingreso y el gasto, esto es, U = I – C. Exprese la utilidad, U, en función de los ingresos I.
   c) ¿Cuánto debe ser el ingreso mensual de Steve, para que no haya utilidad? Esto quiere decir que la utilidad sea cero, esto es, no haya ni pérdida ni ganancias.

3. Cada domingo, Magdalena vende varias copias de cierto periódico, a $ 1 cada una. Como es distribuidora paga $ 0.50 por cada uno a la editora, y por el transporte, almacenamiento paga y distribución paga $ 100 cada domingo.
   a) Escriba una función, C(x) que represente al costo que tiene que pagar Magdalena por la compra del periódico a la editora, y por los otros gastos para poder repartir x unidades de periódico.
   b) Escriba una función, I(x) que represente al ingreso que recibe Magdalena por la venta del periódico a sus clientes.
   c) ¿Cuál es la ganancia para Magdalena si se venden 1000 copias del periódico? Recuerde que la ganancia es el resultado de restar el Ingreso menos el costo.
   d) Y si se venden 5000 copias, ¿cuál es la utilidad o ganancia?
   e) Trace una gráfica, en la que la variable independiente es el número de periódicos y la dependiente es la utilidad. Grafique desde cero periódicos hasta 5000 periódicos.

4. Rebeca aprende en sus estudios de ciencias que el agua se congela a una temperatura de 0 °C (°C se lee grados Celsius) en el sistema técnico, y a 32 °F (°F se lee grados Fahrenheit) en el sistema inglés, mientras que ebulle (comienza a hervir a 100 °C y a 212 °F.

a) Coloque en el eje de las X a las temperaturas en °C, y en el eje Y a las temperaturas en °F, grafique los pares ordenados dados anteriormente, y trace la recta correspondiente.

b) Obtenga una función que relacione a la temperatura en °F con la temperatura en °C, o sea °F(°C).

c) ¿A cuánto equivale la temperatura en °F correspondiente con la temperatura corporal, 37°C?

d) ¿En qué temperatura en °C se tiene el mismo valor numérico en °F?

OBJETIVO: Al finalizar esta guía de auto aprendizaje, usted señor estudiante se encontrará en la capacidad de:

- Definir función cuadrática.
- Identificar las características de las funciones cuadráticas.
- Graficar funciones cuadráticas.
- Aplicar funciones cuadráticas en problemas del medio que se ajusten al modelado lineal.

INTRODUCCIÓN

¡BIENVENIDO JOVEN ESTUDIANTE! Te encuentras al inicio de una nueva aventura con el concepto de función, ahora con el modelado de funciones cuadráticas. A través de ellas podrás adquirir conocimientos de cómo expresar en números muchas de las cosas que suceden alrededor nuestro, en las que ocurren valores máximos y mínimos.

Al igual que en la guía anterior de funciones lineales, encontrarás una serie de actividades que desarrollar paso a paso, sigue las instrucciones, dedica el tiempo necesario para comprender las cosas, saca tus propias conclusiones, pregunta al profesor en caso de no entender alguna instrucción, repasa en casa tus anotaciones y de manera activa desarrolla las evaluaciones.

Disfruta de este trabajo y nuevamente ¡BIENVENIDO!

Se sugiere comenzar el capítulo de funciones cuadráticas de manera gráfica, analizar las características de la gráfica hasta llegar a las aplicaciones

2.1. ¿Qué es función cuadrática?

A la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$ se la denomina función cuadrática, y tiene muchas aplicaciones en varias ramas de la ciencia. Primero haremos el análisis de la representación gráfica de la función, y luego estudiaremos las diversas aplicaciones de la misma.

EJEMPLO # 1

Trazar la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 + x - 3$.

SOLUCIÓN

Hacemos una tabla de doble entrada, que sale de reemplazar varios valores en la variable x

$f(-5) = 2(-5)^2 + (-5) - 3 = 42$
$f(-4) = 2(-4)^2 + (-4) - 3 = 25$
$f(-3) = 2(-3)^2 + (-3) - 3 = 12$
$f(-2) = 2(-2)^2 + (-2) - 3 = 3$
$f(-1) = 2(-1)^2 + (-1) - 3 = -2$
$f(0) = 2(0)^2 + (0) - 3 = -3$
$f(1) = 2(1)^2 + (1) - 3 = 0$
$f(2) = 2(2)^2 + (2) - 3 = 7$
$f(3) = 2(3)^2 + (3) - 3 = 18$
$f(4) = 2(4)^2 + (4) - 3 = 33$
$f(5) = 2(5)^2 + (5) - 3 = 52$

Tabla 1

X	Y
- 5	42
- 4	25
- 3	12
- 2	3
- 1	- 2
0	- 3
1	0
2	7
3	18
4	33
5	52

Al trazar la gráfica de los puntos que se presentan en la tabla anterior tendremos una curva llamada parábola, la misma que se muestra en la figura 1.

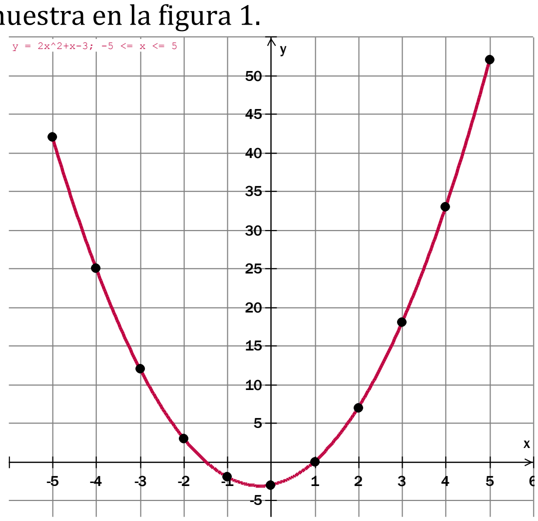


Figura 1

A partir del siguiente ejemplo comenzaremos a analizar el comportamiento de la gráfica según los valores a, b o c en la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$.

EJEMPLO # 2

Realizaremos el siguiente gráfico, $f(x) = -x^2 + 5x + 14$

SOLUCIÓN

En la función $f(x) = -x^2 + 5x + 14$, reemplace en la variable x valores desde – 4 hasta – 9. En la tabla siguiente se deja el espacio en blanco para que usted reemplace esos valores. ¡Compruebe los resultados, pueden estar equivocados!

$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = -22$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = -10$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = 0$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = 8$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = 14$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = 18$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = 20$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = 20$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = 18$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = 14$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = 8$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = 0$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = -3$
$f(\quad) = -(\quad)^2 + 5(\quad) + 14 = -22$

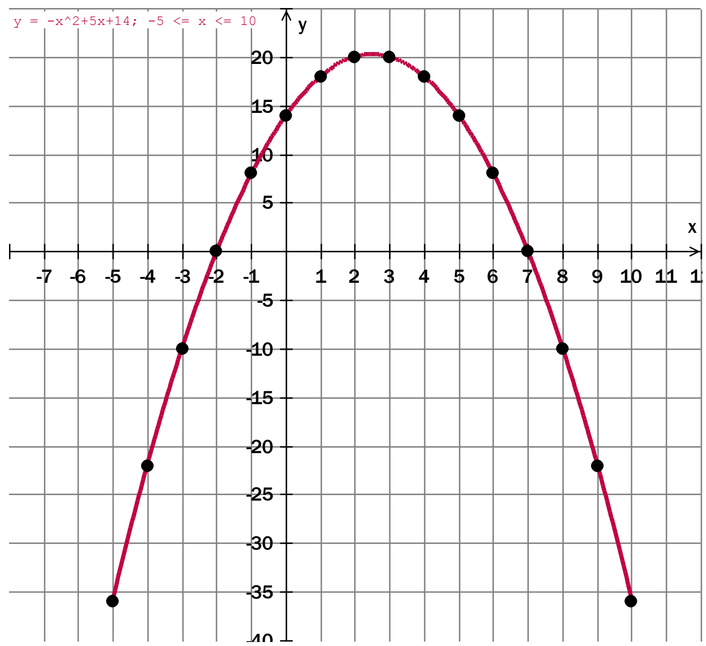


Figura 2

En detalle analizaremos las características de esta gráfica y la comparamos con la anterior.

- Si x = 0 la gráfica pasa por el eje "y", y el valor de "y" coincide con "c" en la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$, esto quiere decir que basta con que observemos el valor de c, lo graficamos en el eje "y" cuando "x" es cero.

- Si "a" es positivo la parábola se abre hacia arriba, y si es negativo, se abre hacia abajo.

- La parábola tiene un punto máximo si se abre hacia abajo, y uno mínimo si se abre hacia arriba, al que se llama vértice.

TIEMPO SUGERIDO: 80 minutos, incluida la actividad 1.

ACTIVIDAD # 1

Para la cada una de las siguientes funciones indique:

a) El lugar donde la gráfica cruza al eje de las y.

b) Si la parábola se abre hacia arriba o abajo.

1. $f(x) = 2x^2 - x + 7$
   a) La gráfica cruza al eje y en ……………………….
   b) La parábola se abre hacia …………………………..

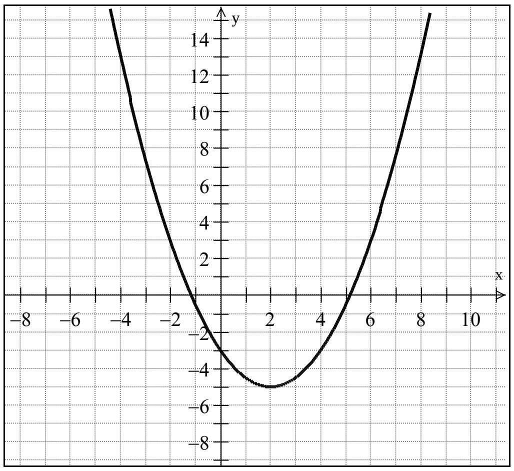
2. $g(x) = -3x^2 + 2x + 6$
   a) La gráfica cruza al eje y en ……………………….
   b) La parábola se abre hacia …………………………..

3. $h(x) = -x^2 - x - 4$
   a) La gráfica cruza al eje y en ……………………….
   b) La parábola se abre hacia …………………………..

4. $k(x) = 4x^2 + 3x - 24$
   a) La gráfica cruza al eje y en ……………………….
   b) La parábola se abre hacia …………………………..

Para cada una de las gráficas, indique si se abren hacia arriba o abajo, y por donde cortan al eje de las y.

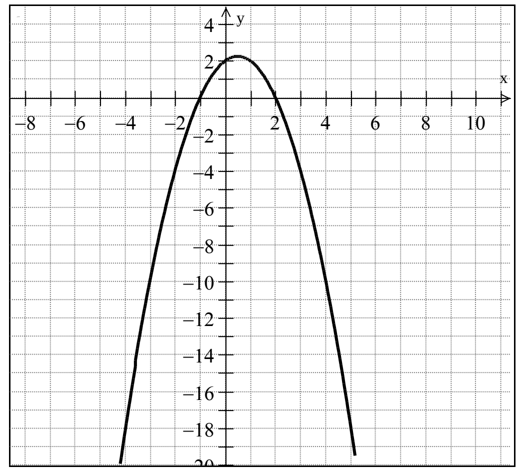
5.



a) La gráfica cruza al eje y en ……………………

b) La parábola se abre hacia ……………………..

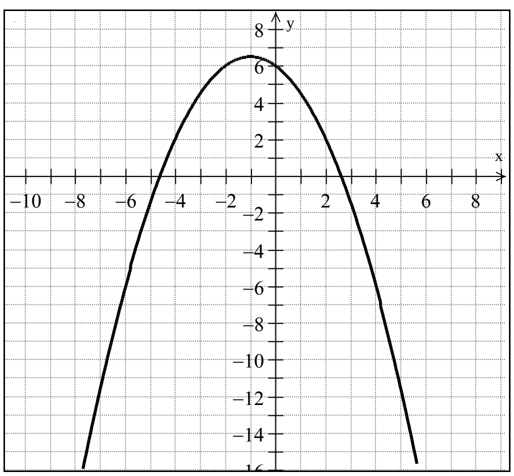
6.



a) La gráfica cruza al eje y en …………………

b) La parábola se abre hacia ………………………..

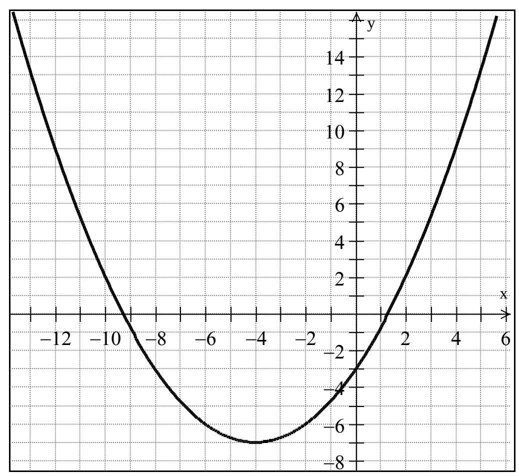
7.



a) La gráfica cruza al eje y en …………………

b) La parábola se abre hacia …………………..

8.



a) La gráfica cruza al eje y en ……………

b) La parábola se abre hacia ………………………..

2.2. Vértice de una parábola. Máximos y mínimos

En la siguiente gráfica aplicaremos lo dicho anteriormente, y agregamos la manera en que se calcula el vértice de la parábola, que es el punto más alto de ella si la parábola se abre hacia abajo, y es el punto más bajo si se abre hacia arriba.

El vértice de una parábola se calcula expresando la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, a la que se llama forma o expresión general, en la forma **canónica** $f(x) = a(x - h)^2 + k$. El valor h se lo calcula de la siguiente manera

$$h = -\frac{b}{2a}$$

Para encontrar k, reemplazamos el valor de h en la expresión general. Comprobemos lo dicho en el siguiente ejercicio.

EJEMPLO # 1

Trace la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 - 8x + 11$

SOLUCIÓN

- Encontramos primero el vértice de la parábola

$$h = -\frac{b}{2a}$$

$$h = -\frac{-8}{2(2)} = 2$$

- Alrededor de x = 2 es suficiente tomar tres puntos y graficar, observe que al alejarnos una unidad del vértice en el eje x, o sea en x = 1 y en x = 3, los valores en "y" son los mismos; lo mismo ocurre en x = 0 y en x = 4, que están a dos unidades del vértice en el eje x. Por eso hemos trazado una línea punteada, a la que se le llama eje de simetría, para hacer notar que el vértice divide en dos partes iguales a la parábola. El valor de k es $f(2) = 2(2)^2 - 8(2) + 11 = 2(4) - 16 + 11 = 3$. Por tanto el vértice es V(2; 3).

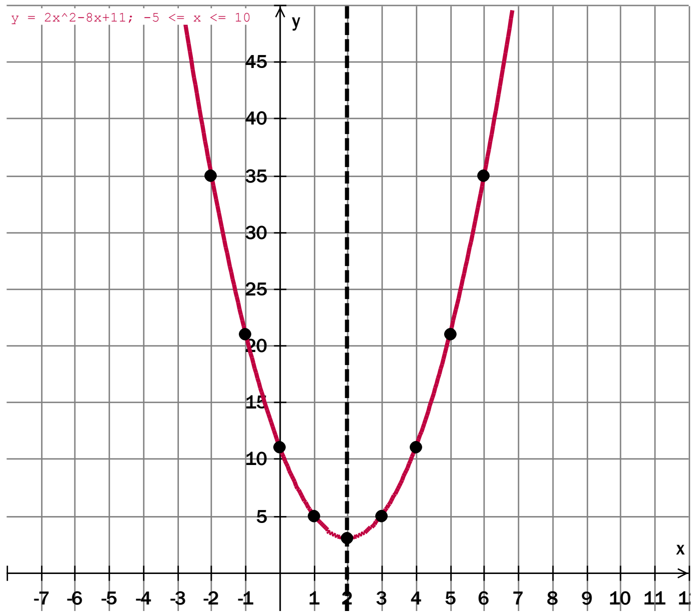


Figura 3

- Se ha colocado a continuación una tabla de doble entrada para observar los datos graficados.

X	Y
- 5	101
- 4	75
- 3	53
- 2	35
- 1	21
0	11
1	5
2	3
3	5
4	11
5	21

EJEMPLO # 2

Trace la gráfica de la función f(x) = – 2x² – 8x + 10

SOLUCIÓN

- Encontramos primero el vértice de la parábola

$$h = -\frac{b}{2a}$$

$$h = -\frac{-8}{2(-2)} = -2$$

Alrededor de $x = -2$ es suficiente tomar tres puntos y graficar, observe que al alejarnos una unidad del vértice en el eje x, o sea en $x = -3$ y en $x = -1$, los valores en “y” son los mismos; lo mismo ocurre en $x = -4$ y en $x = 0$, que están a dos unidades del vértice en el eje x. El valor de k es $f(2) = -2(2)^2 - 8(-2) + 10 = -2(4) + 16 + 10 = 18$. Por tanto el vértice es $V(-2; 18)$.El eje de simetría queda en $x = -2$, como se muestra en la figura 4.

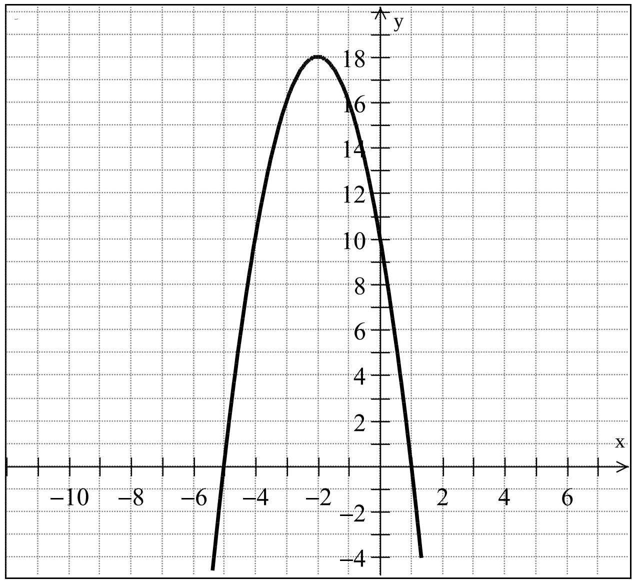


Figura 4

<u>TIEMPO SUGERIDO:</u> 80 minutos, incluida la actividad 2.

ACTIVIDAD 2

Para las funciones siguientes encuentre:

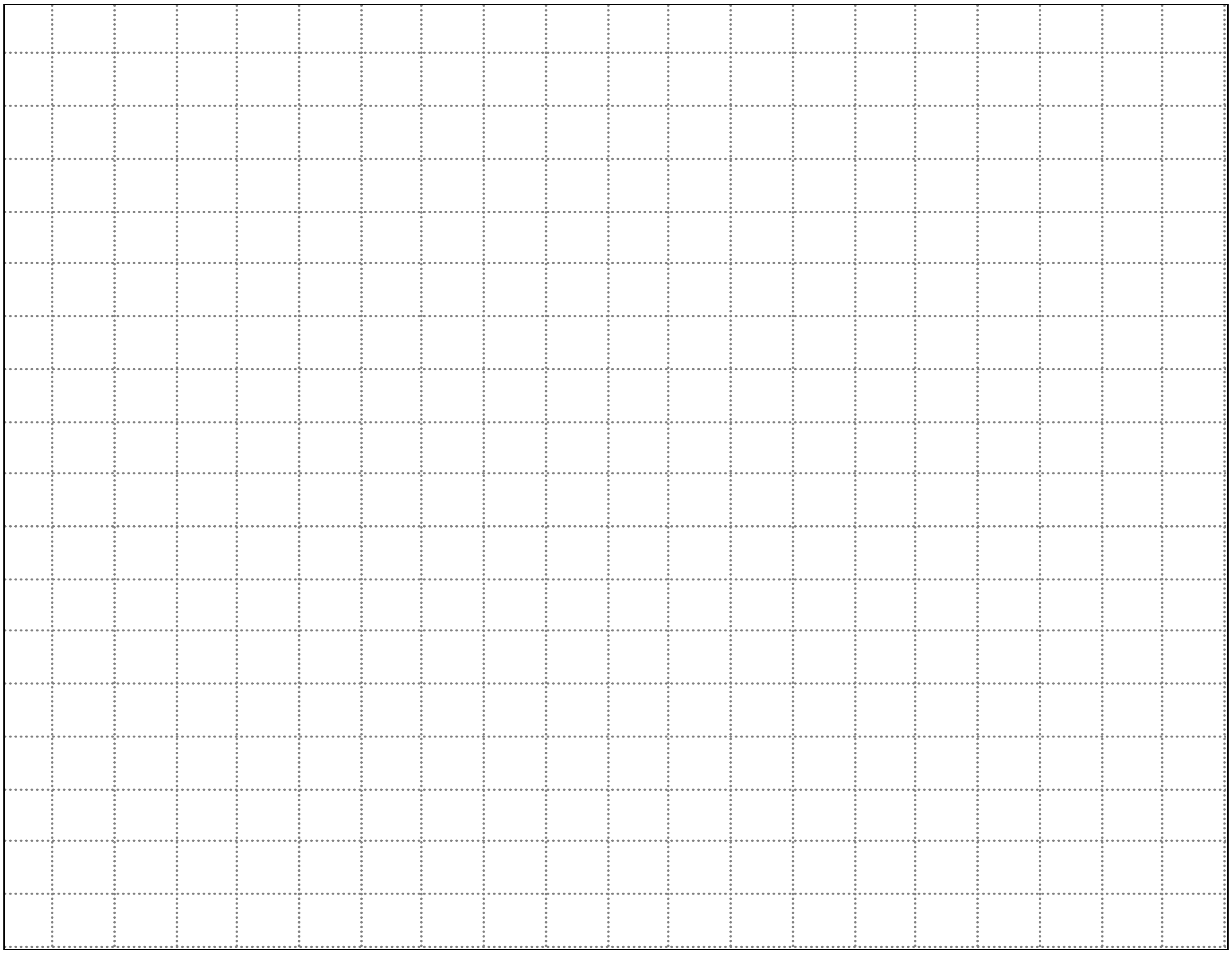
a) el valor de h, y en base a esto seleccione tres puntos a la derecha de ese valor en x, y tres puntos a la izquierda,
b) reemplace en la expresión original y encuentre los valores de “y” para esos valores de “x”, o sea el valor de k, luego trace la gráfica correspondiente.

1. $f(x) = x^2 + 2x - 8$

2. $f(x) = -2x^2 - 6x + 8$

3. $f(x) = x^2 - 4x - 12$

4. $f(x) = x^2 - 4x + 4$



2.3. Aplicación de las funciones cuadráticas

Aplicación de Funciones cuadráticas

EJEMPLO # 1

JC hace la compra de un terreno rectangular, el cual debe cercarlo con mallas de acero. El perímetro del terreno es de 60 m. Calcule los valores de las dimensiones del terreno y del área máxima del mismo.

SOLUCIÓN

El perímetro, P, de una figura geométrica es igual a la longitud del contorno, en este caso es la suma de los lados del rectángulo.

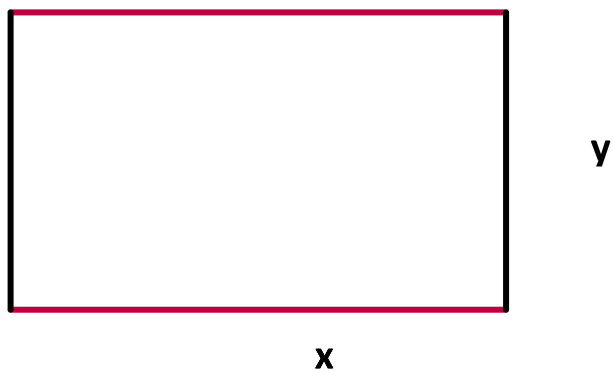


Figura 1

$P = 2x + 2y$	[Perímetro del rectángulo]
$2x + 2y = 60$	[Reemplazo de las variables]
$x + y = 30$	[Se divide la ecuación por 2]
$y = 30 - x$	[Se despeja una de las dos variables]

$A = \text{base} \times \text{altura}$	[Área del rectángulo]
$A = x\,(y)$	[Reemplazo de las variables]
$A = x(30 - x)$	[Reemplazo de la variable y]
$A(x) = 30x - x^2$	[Función área de rectángulo, A(x), en función de la variable x]
$A(x) = -x^2 + 30x + 0$	[Función cuadrática reordenada]
$a = -1$, $b = 30$ y $c = 0$	[Valores de a, b y c de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$]

$$h = -\frac{b}{2a}$$

[Cálculo de la coordenada x del vértice de la parábola]

$$h = -\frac{30}{2(-1)} = 15$$

$$k = f(h) = f(15)$$

$$k = -15^2 + 30(15)$$

[Cálculo de la coordenada y del vértice de la parábola]

$$k = 225$$

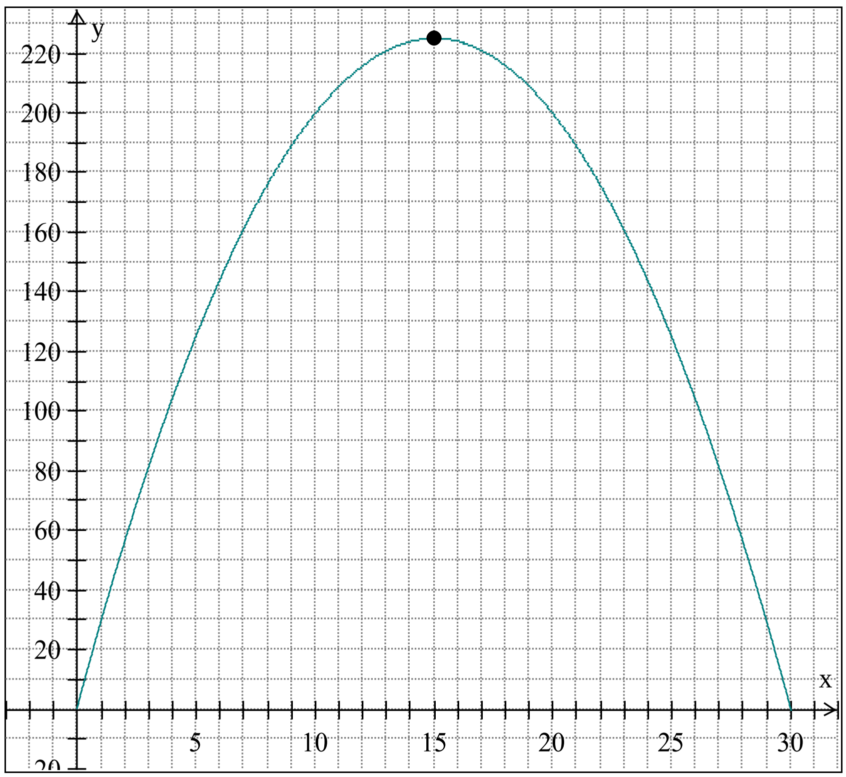


Figura 2

En la figura 2 se muestra la gráfica de la parábola se presenta el punto máximo de la parábola, que es al mismo tiempo el valor máximo del área del terreno.

EJEMPLO # 2

Si el terreno que se desea comprar tiene uno de sus lados paralelos a la orilla de un río, calcule el valor del área máxima que se podrá tener, si el perímetro así formado sigue siendo 60 m.

SOLUCIÓN

El perímetro contiene ahora a tres lados del rectángulo y no a cuatro lados, como se muestra en la figura 3.

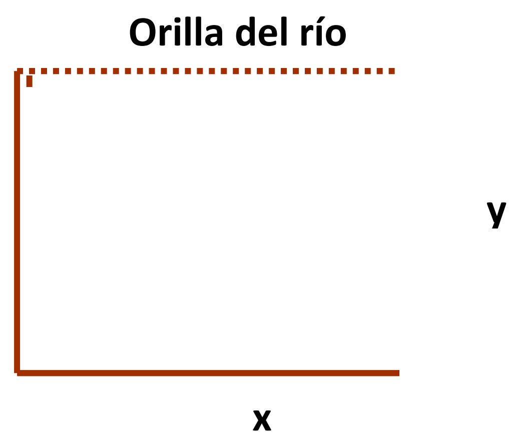


Figura 3

$P = x + 2y$ [Perímetro del rectángulo]

$x + 2y = 60$ [Reemplazo de las variables]

$x = 60 - 2y$ [Se despeja la variable x]

$A = \text{base} \times \text{altura}$ [Área del rectángulo]

$A = x(y)$ [Reemplazo de las variables]

$A = y(60 - 2y)$ [Reemplazo de la variable x]

$A(x) = 60y - 2y^2$ [Función área de rectángulo, A(y), en función de la variable y]

$A(x) = -2x^2 + 60y + 0$ [Función cuadrática reordenada]

$a = -2$, $b = 60$ y $c = 0$ [Valores de a, b y c de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$]

$$h = -\frac{b}{2a}$$

$$h = -\frac{60}{2(-2)} = 15$$

[Cálculo de la coordenada x del vértice de la parábola]

$k = f(h) = f(15)$

$k = -2(15)^2 + 60(15)$ [Cálculo de la coordenada y del vértice de la parábola]

$k = 450$

Si se compara el resultado de este valor con el del problema anterior, se observa que se ha duplicado. Eso se lo muestra también en la gráfica de la función cuadrática que aparece en la figura 4.

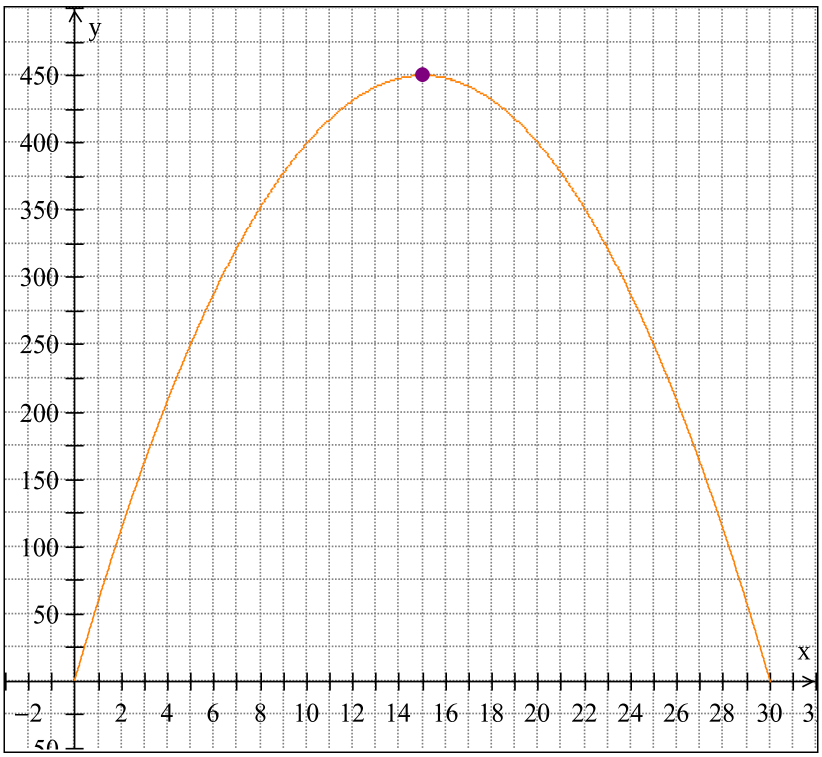


Figura 4

EJEMPLO # 3

El costo de la entrada a una función de cine cuesta $ 5 para adultos, y pueden entrar a ese precio a la sala 60 personas. Si se disminuye $ 0.05 por cada persona podrían entrar 100 personas más. Calcule el ingreso máximo en cada función de cine

SOLUCIÓN

Los ingresos en una venta cualquiera está dada por el precio, p, del producto vendido y el número de unidades, q, vendidas, esto es, el ingreso está dado por

I = p q [Función de ingreso]

I = 5(60) = 300 [Ingreso de 60 personas a $5]

I = (5 – 0.05q)(60 + q) [Ingreso de x número de personas]

I = 300 + 5q – 3q – 0.05q^2. [Desarrollo del producto]

I(q) = – 0.05q^2 + 2q + 300 [Reordenamiento de la función cuadrática]

$$h = -\frac{b}{2a}$$

[Cálculo del número de unidades q]

$$h = -\frac{2}{2(-0.05)} = 20$$

$$k = f(h) = f(20)$$
$$k = -0.5(20)^2 + 2(20) + 300$$
$$k = 320$$

[Cálculo del ingreso máximo por función]

Con lo anterior se puede comprobar que para ganar lo máximo se necesita que entren 20 personas más después de las 60, o sea 80 personas que pagarían $ 4, para que pueda haber un ingreso de 320 dólares, que sería el máximo posible. Así también se puede observar en la gráfica que se muestra en la figura 5 a continuación.

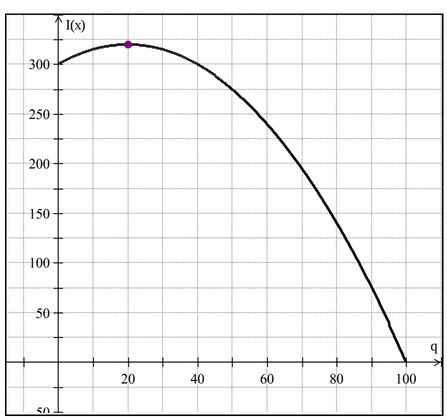


Figura 5

ACTIVIDAD 3

1. Mandira hace un experimento, deja caer una piedra desde un precipicio muy alto, a varias alturas y toma el tiempo en el que impacta el piso. Al caer desde una altura de cinco metros (5 m) la piedra demora cinco segundos (5 s) en impactar al piso. Al caer desde una altura de 20 m, la piedra demora 2 s en impactar al piso. Al caer desde 45 m, la piedra impacta en 3 s el piso. Al caer desde 80 m la piedra golpea en 4 s.
   a) Con estos datos trace una gráfica, en el eje de las x coloque al tiempo, y en el eje de las "y" coloque la altura.
   b) Encuentre el tiempo que demoraría la piedra en golpear el piso si cae desde una altura de 125 m.
   c) Encuentre una función cuadrática que relacione el tiempo de caída de la piedra con la altura desde la que cae.

2. Ahora Mandira lanza la piedra desde el nivel del suelo y mide el tiempo a media que va pasando por ciertas señales. Al pasar 1 s la piedra está a una altura de 25 m. Al pasar 2 s la piedra está a 40 m de alto. Al pasar 3 s la piedra está a 45 m, que es el punto más alto de la parábola. Al pasar 4 s la piedra está a 40 m de alto. Al pasar 5 s la piedra está a 25 m de alto. Al pasar 6 s la piedra está a 0 m de alto.
    a) Haga una gráfica con los datos que se indican en el enunciado del problema.
    b) Escriba las coordenadas del vértice.

3. Se desea construir una caja a partir de una plancha de acero cuadrada que tiene x unidades de lado. A cada esquina se recorta un cuadrado de 1 cm de lado. Se gira los pedazos formando una caja de alto 1 cm.
   a) Haga un bosquejo de la situación indicada en el enunciado del problema.
   b) Calcule el área lateral de la caja, y déjela expresada en forma algebraica.

Impacto

Se espera que los estudiantes de Primero de Bachillerato de la UEFAL se acoplen a esta metodología de trabajo, y que fundamentalmente forme hábitos de estudio en ellos, que el orden estructurado que desarrolla la guía sirva como base para los demás conceptos que se estudiarán en este mismo año lectivo, y no solamente en el área de Matemáticas sino en otras áreas de las Ciencias que son similares.

Adicionalmente, se logrará que los docentes del área de Matemáticas elaboren recursos metodológicos, que puedan ser equiparables a la guía de auto instrucción, y que ese material tenga mucho que ver con la realidad en la que se desenvuelve ese estudiante de primero de bachillerato. Quien más que el docente que vive el día a día para elaborar ese material

Esta elaboración de material pedagógico no solamente motivará a los docentes del área de Matemáticas, sino que también motivará a docentes de otras áreas, que tomarán como referencia esta guía. Y este desarrollo o elaboración de guías hará que los docentes se preparen más, se actualicen, y consecuentemente el nivel académico de los estudiantes se incrementará. Con esto último, el colegio entero se verá afectado por esta crecida en el nivel académico, y en consecuencia el cantón entero de Jipijapa mejorará, porque pueblo culto es sinónimo de pueblo en desarrollo.

CONCLUSIONES

Una vez que se ha desarrollado el proyecto de investigación se ha podido percibir que:

- Al docente del Primero de Bachillerato le hace falta actualización en contenidos relacionados con funciones. La actualización debe ser en el contexto en el que se desenvuelven los docentes, de modo que se resuelvan problemas que se relacionan con el medio que los circunda.

- Los docentes de Primero de Bachillerato deben actualizar sus conocimientos en la elaboración de recursos pedagógicos, los recursos pedagógicos pueden ser de tipo impreso o audio visual. El docente puede desarrollar el material pedagógico utilizando recursos tecnológicos que permitan elaborar material visual que aporte al aprendizaje significativo del estudiante.

- Los estudiantes necesitan de recursos pedagógicos, que le permitan visualizar el campo de acción sobre el que se desea trabajar. Al referirnos al campo de acción nos referimos al lugar en el que se circunscribe el estudiante que utiliza la guía de auto instrucción.

- La resolución de problemas relacionados con funciones lineales y cuadráticas deben ser iniciados secuencialmente, comenzando con graficación del modelo matemático, sea este lineal o cuadrático, pasando por las características de las funciones, para posteriormente abstraer y resolver problemas del medio.

- El problema se vuelve significativo si este es contextualizado en el medio en el que el estudiante se desenvuelve. Adicionando el aspecto lúdico a las actividades que se plantean en la guía de auto instrucción, el aprendizaje será permanente y significativo.

- De acuerdo a los resultados arrojados por el grupo de control se puede asegurar que los estudiantes tendrán un aprendizaje significativo si se la usa de manera correcta. Lo anterior quiere decir que se debe planificar actividades que se inserten en la guía de auto instrucción y que se manifiesten en función del aprendizaje y no del contenido.

- Se debe extender la aplicación de la guía a otros temas de Matemáticas, en los que la visualización del contenido, y el aspecto lúdico ayuden a fijar el conocimiento. Estos temas normalmente se relacionan con situaciones de tipo geométrico y trigonométrico.

RECOMENDACIONES

Una vez que los resultados han sido obtenidos de la experimentación se puede recomendar a los nuevos investigadores los siguientes aspectos:

- Si el objetivo de una investigación es el desarrollar una guía de auto instrucción, elabórela pensando en el contexto en el que el estudiante se desenvuelve. Este trabajo fue realizado en función del contexto manabita, el cual es diverso, se manejan situaciones que lo mismo ayude al agro, como al hotelero, situaciones matemáticas que necesita tanto el agrimensor tanto como el ingeniero.

- Los temas que se deben desarrollar en una guía de auto instrucción, deben contener ciertos aspectos que sean atrayentes al estudiante que la va a tener entre manos, sobre todo en el aspecto visual. No se recomienda usar una guía de auto instrucción para todos los temas de Matemáticas, dado que requiere de tiempo del desarrollo, así como tiempo de la elaboración.

- Se encontraron dificultades al realizar la investigación con ciertos docentes colegas, pensando en que se pondrá a prueba el trabajo que está desarrollando con los estudiantes, así como el conocimiento que él tenga del tema, por lo que se sugiere considerarlo al docente que ayudará en el desarrollo de la investigación de modo que también aporte con ideas para la elaboración de una nueva guía.

RECURSOS BIBLIOGRÁFICOS USADOS PARA EL PROYECTO

Referencias electrónicas.

Diario Hoy (2012). Alumnos deberán postular por un cupo universitario. http://www.hoy.com.ec/noticias-ecuador/alumnos-deberan-postular-por-un-cupo-universitario-550415.html

El Universo. (2012). Todos los 432 aspirantes a la ESPOL reprobaron el test de exoneración. http://www.eluniverso.com/2012/09/19/1/1445/todos-432-aspirantes-espol-reprobaron-test-exoneracion.html

El Universo. (2012) Un alumno aprobó el test de exoneración a la universidad. http://www.eluniverso.com/2012/09/20/1/1445/un-alumno-aprobo-test-exoneracion-ir-u.html

Educar. El portal educativo Argentino. (2008) ¿Cómo aprenden los jóvenes? http://portal.educ.ar/noticias/ciencia-y-tecnologia/como-aprenden-los-jovenes.php

Ministerio Juvenil. (2011) ¿Cómo aprenden los adolescentes? http://ministeriojuvenil.com/2011/11/28/como-aprenden-los-adolescentes/

Muy interesante. (2010). Las diez claves de la adolescencia. http://www.muyinteresante.es/las-10-claves-de-la-adolescencia

Diferencia entre marco teórico y marco conceptual. http://www.authorstream.com/Presentation/jorgegiraldomont-1484225-diferencia-entre-marco-teorico-conceptual/

¿Cómo se construye el marco teórico?
http://tesisdeinvestig.blogspot.com/2012/04/como-se-construye-el-marco-teorico.html

Colvert, J. (2005). Definición de aprehensión.
http://arvo.net/conceptos-frecuentes-en-filoso/aprehension/gmx-niv590-con12298.htm

Ríos, M. (2009) Definición de Guía didáctica.
http://www.slideshare.net/dianapaisita/guia-didactica-1769311

Pedagogía, todo sobre pedagogía y educación. (2006). ¿Qué es un recurso didáctico?
http://www.pedagogia.es/recursos-didacticos/

ABCpedia (2012). Tecnología digital. 2012.
http://www.abcpedia.com/cienciaytecnologia/digital/

Castillo, J. (2011). Hipótesis en la investigación.
http://www.monografias.com/trabajos15/hipotesis/hipotesis.shtml

Musayón, Y. (2009). Objetivos e Hipótesis.
http://www.slideshare.net/ymusayon/objetivo-hipotesis-variables

Karatzis, M (2009). Hipótesis y Variables.
http://es.scribd.com/doc/256562/HIPOTESIS-Y-VARIABLES

El Diario Manabita (2014).
http://www.eldiario.ec/noticias-manabi-ecuador/231524-manabi-es-una-provincia-de-estirpe-campesina/

Recuperado en Julio de 2014 (sn)
http://www.ecuale.com/manabi/

Recuperado en Julio de 2014 (sn)
http://www.infomontanita.com/hoteles/hoteles-hostales-montanita/

Ulloa, R. (Recuperado en Julio de 2014). La guía de estudio
http://recursos.udgvirtual.udg.mx/biblioteca/bitstream/123456789/380/2/VIEI-GuiaEstudio.pdf

Recuperado de la página digital de la ESPE. (2014)
http://ued.espe.edu.ec/wp-content/materiales_instruccionales/3_GUIA_ESTUDIO_EEES_ESQUEMA.pdf

Crespo et al. (2010). Herramientas para mejorar la enseñanza y promover el gusto por el aprendizaje de las Matemáticas.
http://es.slideshare.net/ramuto/guia-didactica-para-aula-matemtica

MINEDUC (2013). Guía Didáctica Matemática 2° básico, 2° periodo.
http://www.mineduc.cl/usuarios/basica/doc/201307232054520.2BASICO-GUIA_DIDACTICA_MATEMATICA.pdf

MADI iued (Recuperado en julio de 2014) Estructura de la Guía.
http://portal.uned.es/pls/portal/docs/PAGE/UNED_MAIN/LAUNIVERSIDAD/VICERRECTORADOS/CALIDAD%20E%20INTERNACIONALIZACION/INNOVACION_DOCENTE/IUED/MATERIALES%20DIDACTICOS/ESTUCTURA_GUIA%20DIDACTICA.PDF

Velasco, R. (2010). Estructura de la Guía Didáctica.
http://es.slideshare.net/ravsirius/estructura-de-la-gua-didctica

Colegio CAFAM. (2008) ¿Qué es una guía didáctica?
http://portalliceo.com/Administrador/documentos/QU+%EB%20ES%20UNA%20GU+%ECA%20DE%20APRENDIZAJE.pdf

Estudio. (Descargado en julio de 2014). Guías. Un sistema de aprendizaje con clases. http://www.studygs.net/espanol/guidednotes.htm

Diario Educación. (2012). Guías de Aprendizaje. Matemáticas http://diarioeducacion.com/guias-de-aprendizaje-matematicas

Manual para el desarrollo en el aula. (Recuperado en julio de 2014). Bachillerato en Letras y Ciencias. Subárea Matemáticas. http://www.uvg.edu.gt/facultades/educacion/maestros-innovadores/documentos/desarrollo/manuales_cuarto/Manual_matematicas.pdf

Eslava, A.. (2014). Formato guia de aprendizaje sistemas instalacion de software http://es.slideshare.net/ADRIANAESLAVA1982/formato-guia-de-aprendizaje-sistemas-instalacion-de-software

Educación de calidad. (2012). Reglamento de la LOEI. http://educaciondecalidad.ec/ley-educacion-intercultural-menu/reglamento-loei-texto.html

Referencias bibliográficas

Cerda, A., López, I. (2013). Aprendizaje entre pares, una posibilidad de favorecer el cambio de las prácticas cotidianas de aula. Leído el 29 de enero de 2013.

Lopera, L. (2011). Taller con énfasis en resolución de situaciones problema: *una estrategia para abordar conceptos de ecuaciones, con estudiantes universitarios de primer semestre.* Universidad Nacional de Colombia.

García, A., Sagrario, N. (2010). El aprendizaje entre pares en la elaboración de políticas públicas.

ESPOL (2006). Fundamentos de Matemáticas para el Bachillerato, segunda edición. 2006.

Haeussler, E., Paul, R., Wood, R. (2008). Matemáticas para administración y economía. Decimosegunda edición. Editorial Pearson.

Murillo, W. (2013). Proceso metodológico de la Investigación científica. 2013.

Sampieri, R., Fernández, C., Baptista L. (2006). Metodología de la Investigación. Cuarta edición. Editorial McGraw Hill,

Valeria, M. (2014). Diseño de juegos para la enseñanza de funciones lineales. Buenos Aires, Argentina.

Josefina, L., Nilda, M., Haydeé, V. (2014) Concepciones de los alumnos de las nociones de función.

Tenoch C., Valentín C. (2013). Desarrollo del Pensamiento Algebraico. Pearson. México.

Zully, A. (2011). Didáctica de las funciones lineales y cuadráticas. Estado de Sucre, Venezuela.

María, D., Egle, H., Fabiana M., Luis C. (2013). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. República Dominicana.

ANEXOS

1. Fotografías de estudiantes de I de Bachillerato trabajando con la guía

Foto 1

Foto 2

Foto 3

Foto 4

2. Matriz de operacionalización de las variables

2. HIPÓTESIS	VARIABLES	DEFINICIONES OPERATIVAS	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS / PREGUNTAS	INSTRUMENTOS
Los estudiantes de I de Bachillerato, de la Unidad Educativa Fiscal “Alejo Lascano” de Jipijapa, elaboran modelos lineales y cuadráticos, luego de usar una guía de auto aprendizaje elaborada por los investigadores, para formar las bases de todo el modelado matemático.	**INDEPENDIENTE** USO DE GUIA DE AUTO INSTRUCCIÓN DE MODELADO MATEMÁTICO DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS	**Guía de auto instrucción** es un recurso pedagógico, que permite a la persona que la usa, aprender a su propio ritmo. **Modelado matemático** es la obtención de una función matemática, a partir del análisis de un fenómeno dado.	Recursos pedagógicos. Formas de aprendizaje del adolescente Relaciones y Funciones. Aplicaciones de funciones	Guías de aprendizaje. Guías de auto instrucción. Diferencia entre enseñar y aprender. Niveles de aprendizaje	1. El modelado matemático, que resulta en funciones lineales o en funciones cuadráticas lo utilizaría como parte de su programación en 2. Cuando usted analiza a las funciones lineales en sus clases, usted estudia los siguientes temas: 3. Dentro del modelado matemático que resulta en funciones lineales, si lo usa, utilizaría aplicaciones relacionadas con 4. Si su respuesta fue NO en aplicación de las funciones lineales se debe a que:	

					5. Cuando usted analiza a las funciones cuadráticas, usted las representa en la forma: 6. Cuando usted analiza el gráfico de las funciones cuadráticas usa para ello: 7. Dentro del modelado matemático que resulta en funciones cuadráticas, si lo usa, utilizaría aplicaciones: 8. Para el modelado matemático se apoya en la representación gráfica: 9. El dictado de cátedra lo hace de acuerdo a la siguiente metodología: 10. ¿Cuáles son los	

					recursos que mejor se adaptarían, en base a su experiencia en el medio, al estudio de los temas de funciones lineales y cuadráticas? 11. ¿Cree usted que los estudiantes deben forjar su propio conocimiento, a partir de la lectura de guías pedagógicas, que indiquen paso a paso conceptos y procedimientos para resolver problemas (a estas guías se las denomina guías de auto instrucción)? 12. ¿Usted utilizaría como uno de los recursos a utilizar en el aprendizaje de modelado matemático de funciones lineales y cuadráticas las guías de auto	

					instrucción? 13. En cuanto a la preparación de los contenidos, relacionados con funciones lineales y cuadráticas, usted considera que: 14. El medio en el que se desenvuelven los estudiantes es un medio en el que pueden utilizar las funciones lineales y/o cuadráticas	

Tabla # 20

3. Encuestas

TEST DE MODELADO MATEMÁTICO: FUNCIONES LINEALES CUADRÁTICAS (APLICADA A ESTUDIANTES)

Test de funciones lineales

Pregunta # 1: La gráfica que representa a una función lineal es:

a) Una recta

b) Una parábola

c) Una elipse

d) Una hipérbola

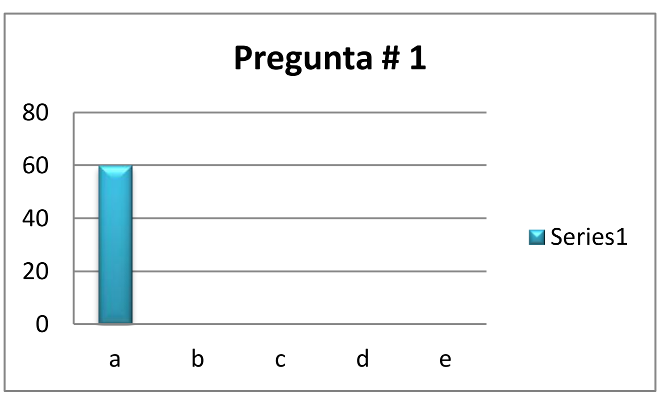
e) Una circunferencia

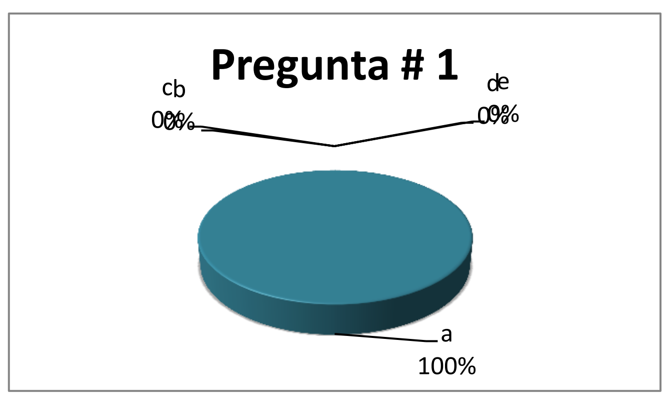
Resultados

a	60
b	0
c	0
d	0
e	0

Análisis e interpretación
Los estudiantes tienen completamente claro que a una función lineal la representa una línea recta.

Respuesta: a)





Pregunta # 2: Si se define una función lineal como f(x) = 2x – 3, la pendiente de la recta que representa a la función f(x) es:

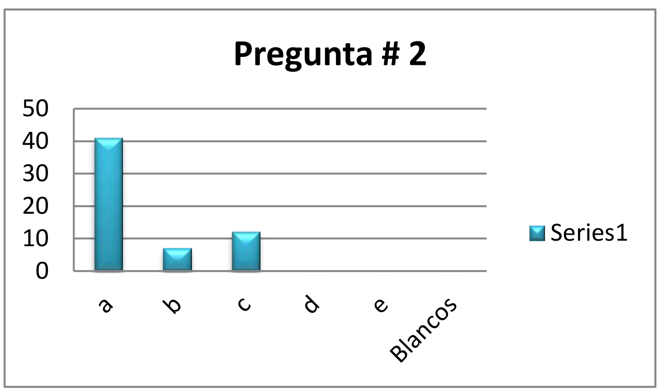
a) – 3
b) 2
c) 3
d) – 2
e) 3/2

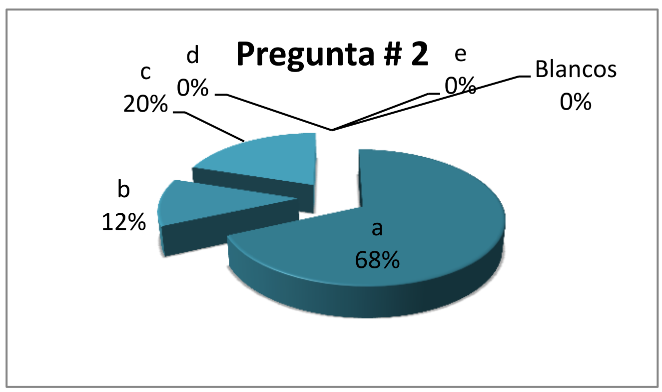
Resultados

a	41
b	7
c	12
d	0
e	0

Análisis e interpretación
Los estudiantes confunden las características pendiente y ordenada al origen contenidas en la ecuación general de la función lineal.

Respuesta: b)





Pregunta # 3: Se desea cercar un terreno rectangular con alambre. Se sabe que la base es cinco metros mayor que la altura, entonces la expresión algebraica que representa al perímetro, P(x), del terreno es:

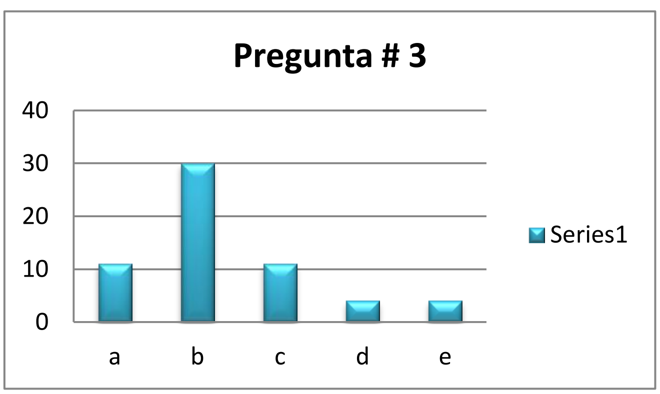
a) $P(x) = 2x + 5$
b) $P(x) = 5x +2$
c) $P(x) = 4x + 10$
d) $P(x) = 10x + 4$
e) $P(x) = 2x + 10$

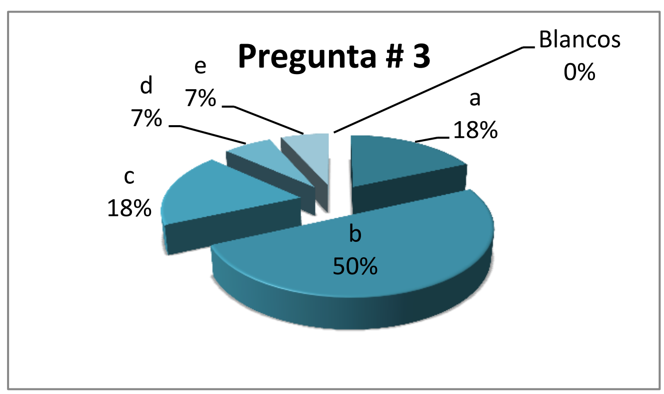
Resultados

a	11
b	30
c	11
d	4
e	4

Análisis e interpretación
Los estudiantes no tienen claros dos conceptos: el primero es el modelado de las funciones, y el segundo es el concepto de perímetro.

Respuesta: c)





Pregunta # 4: Un productor de queso produce 8 300 libras de queso, desde el 1 de enero hasta el 24 de marzo (tome a febrero como un mes de 28 días). Si produce constantemente la misma cantidad de queso por día, exprese la cantidad de queso, Q(x), en libras que el productor elabora diariamente. (Exprésela en función de x)

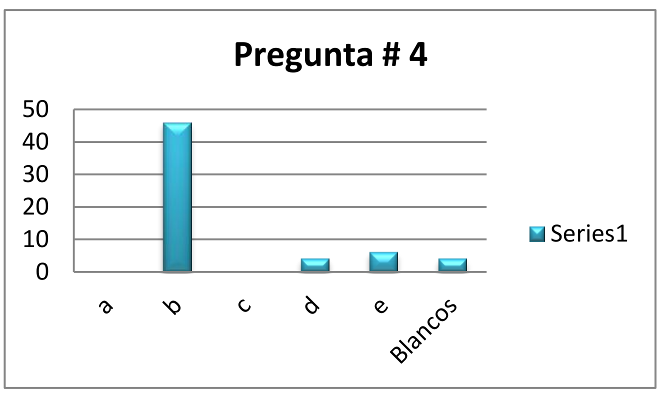
a) Q(x) = 10 x
b) Q(x) = 100 x
c) Q(x) = 20 x
d) Q(x) = 10 x + 365
e) Q(x) = 20 x + 365

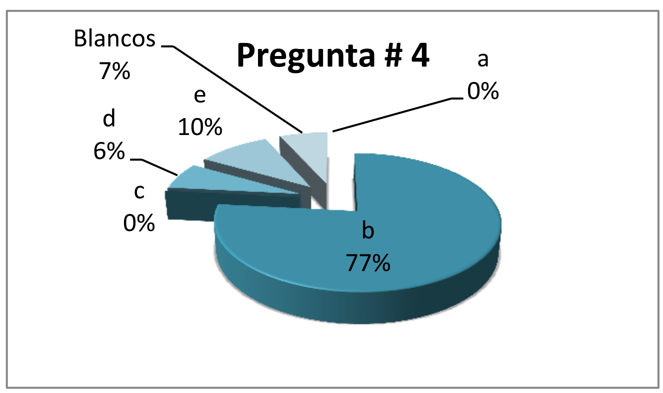
Resultados

a	0
b	46
c	0
d	4
e	6
blancos	4

Análisis e interpretación
Los estudiantes intuitivamente o por regla de tres simple hacen el cálculo y luego lo expresan de manera algebraica, sin hacer el proceso formal del modelado lineal.

Respuesta: b)





Pregunta # 5: Miranda realiza un préstamo de $ 8 250, sin intereses a un familiar suyo. Miranda pagará $ 125 mensuales a su familiar hasta cancelar completamente el préstamo. Escriba una expresión algebraica que muestre el saldo pendiente de pago, S, en función del tiempo, t, en meses.

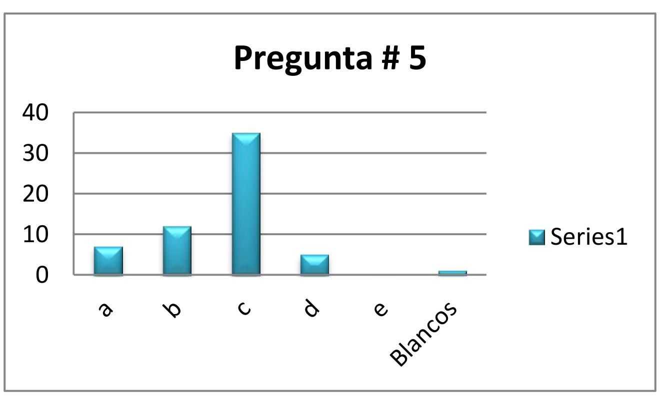
a) S(t) = 125 t
b) S(t) = 8250 + 125 t
c) S(t) = 8250 – 125 t
d) S(t) = 8250(125 t)
e) S(t) = (8250 + 125) t

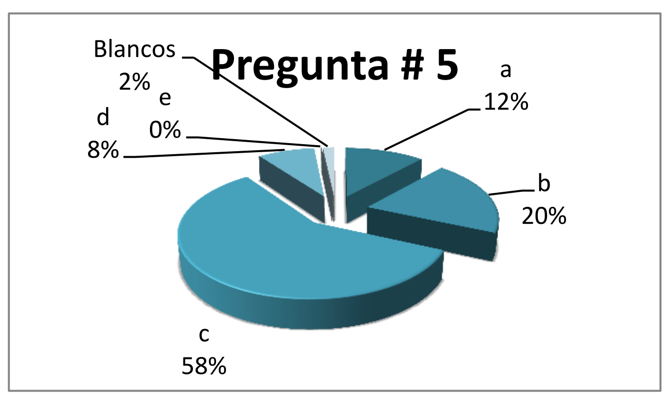
Resultados

a	7
b	12
c	35
d	5
e	1

Análisis e interpretación
En base a la misma forma de tratar la pregunta anterior, en esta pregunta el estudiante en general fue deduciendo que haciendo restas sucesivas llegaba al resultado, sin hacer el proceso que corresponde a las funciones lineales.

Respuesta: c)





Pregunta # 6: Considerando los datos del problema anterior (problema 5), ¿luego de cuántos meses Miranda le deberá a su familiar $ 5 000?

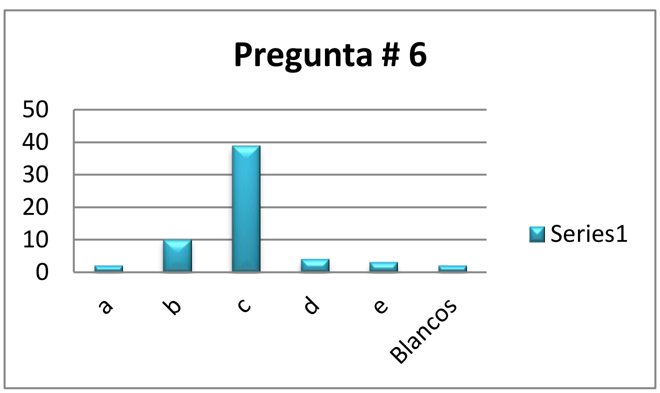
a) 62 meses
b) 36 meses
c) 26 meses
d) 63 meses
e) 25 meses

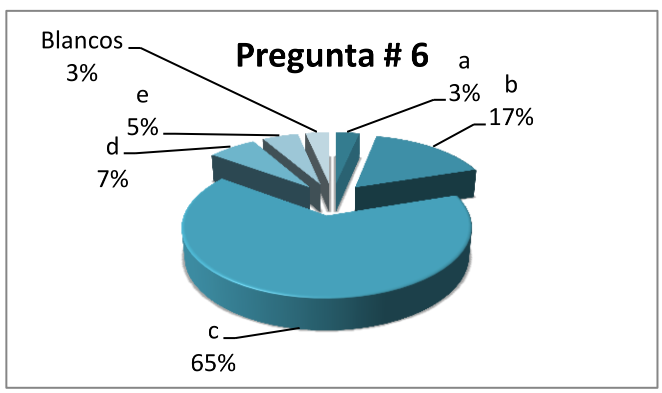
Resultados

a	2
b	10
c	39
d	4
e	3
Blancos	2

Análisis e interpretación
En esta pregunta el estudiante utiliza el resultado de la función lineal y la aplica en situaciones similares

Respuesta: c)





Pregunta # 7: La temperatura de congelamiento del agua, en la escala Celsius, C, es de 0 °C, mientras que la temperatura de congelamiento en la escala Fahrenheit, F, es de 32 °F. La temperatura de ebullición del agua, en una escala es 100 °C, mientras que en la otra es 212 °F. Encuentre una función lineal que relacione a las dos escalas de temperatura.

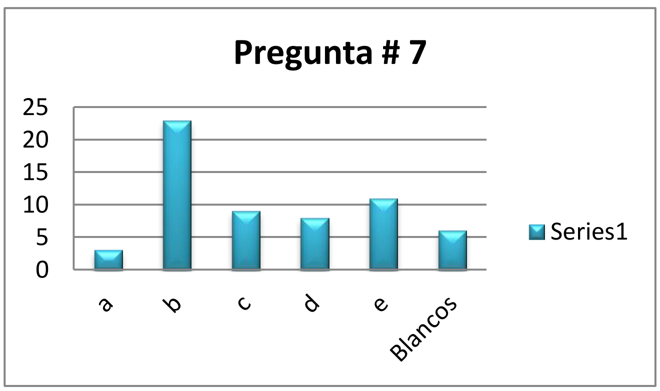
a) $F = 32C + 1.8$
b) $F = 1.8C – 32$
c) $F = 1.8C + 32$
d) $F = 32C – 1.8$
e) $F = 32(C + 1.8)$

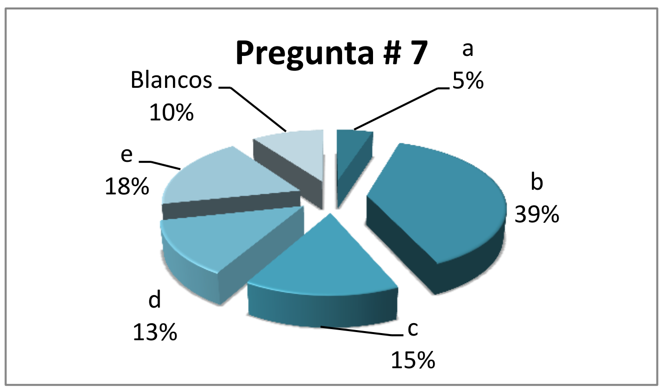
Resultados

a	3
b	23
c	9
d	8
e	11
Blancos	6

Análisis e interpretación
A pesar de ser una pregunta similar a las demás, los estudiantes no la analizan correctamente al no tener claro el concepto de pendiente y ordenada al origen.

Respuesta: c)





Pregunta # 8: Si Mandira desea ahorrar $ 5 000 en una póliza de acumulación, que le ofrece un interés simple del 1% mensual, exprese algebraicamente el dinero, D que ha acumulado en varios meses, m.

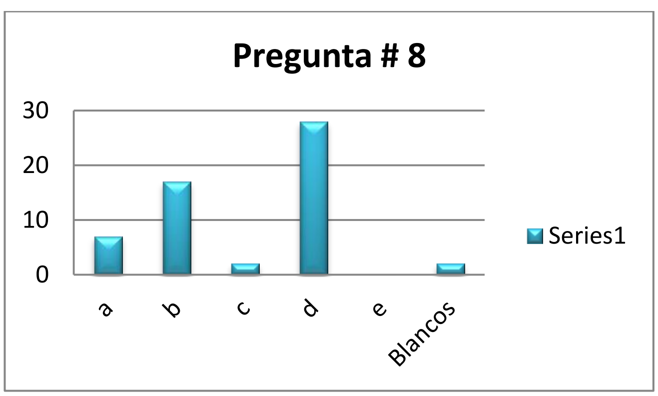
a) D = 5 000 m
b) D = 50 m
c) D = 5 m
d) D = 5 050 m
e) D = 5 005 m

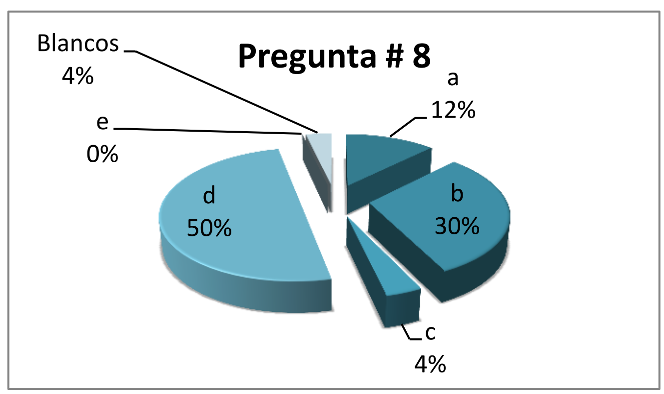
Resultados

a	7
b	17
c	2
d	28
e	0
Blancos	6

Análisis e interpretación
Ocurrió al igual que en preguntas anteriores hicieron deducciones de la respuesta pero sin apegarse a los conceptos de las funciones lineales.

Respuesta: b)





Pregunta # 9: Con los datos del problema anterior (problema 8), encuentre cuántos meses después de que Mandira invirtió el dinero tiene acumulados en total (o sea dinero invertido más intereses ganados) $ 7 000.

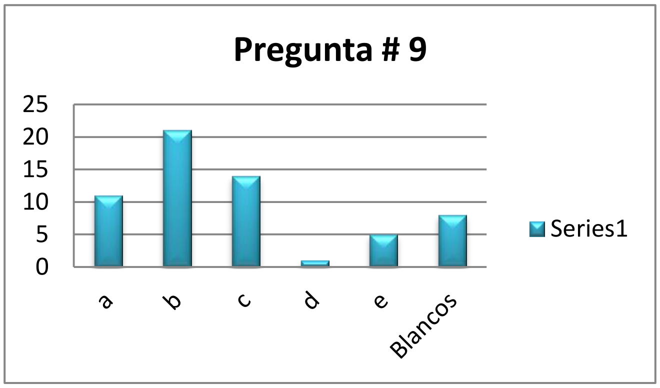
a) 4 meses
b) 24 meses
c) 40 meses
d) 240 meses
e) 12 meses

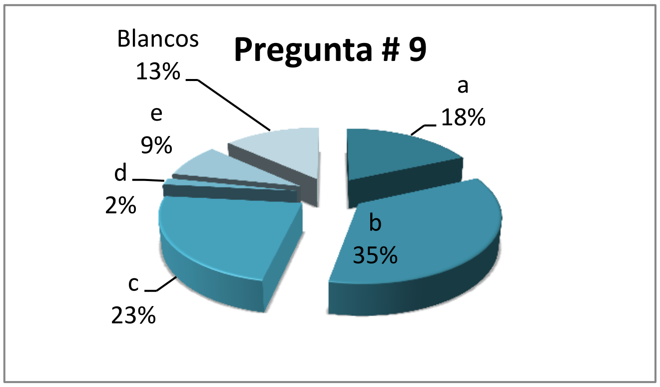
Resultados

a	11
b	21
c	14
d	1
e	5
Blancos	8

Análisis e interpretación
Al igual que ocurrió en preguntas anteriores, hay deducción de respuestas, más no aplicación de concepotos.

Respuesta: c)





Problema # 10: Para los datos del problema 8, ¿luego de cuántos meses se debe retirar el dinero, de modo que haya reunidos el doble de lo que se invirtió?

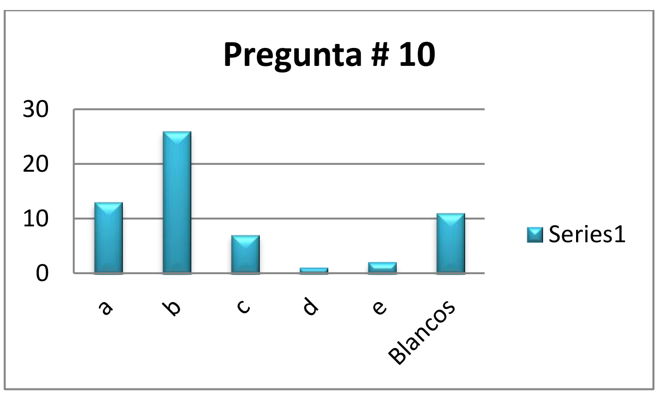
a) 1 mes
b) 10 meses
c) 100 meses
d) 1 000 meses
e) 200 meses

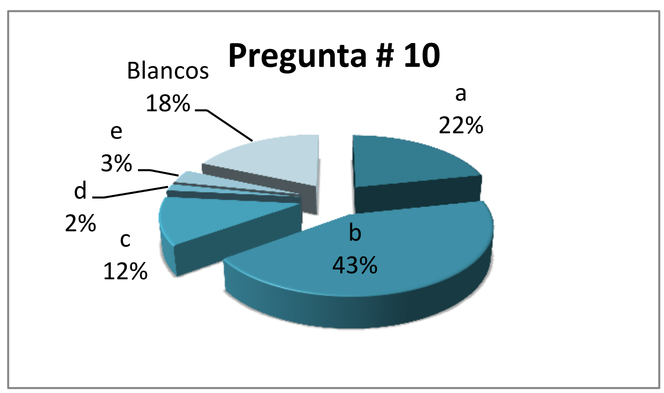
Resultados

a	13
b	26
c	7
d	1
e	2
Blancos	11

Análisis e interpretación
Al no haber el respectivo análisis de las características, no hay la fundamentación para llega a la ecuación de manera lineal.

Respuesta: c)





Test de funciones cuadráticas

(Aplicada a estudiantes)

Pregunta # 1: La gráfica de una función cuadrática es una:

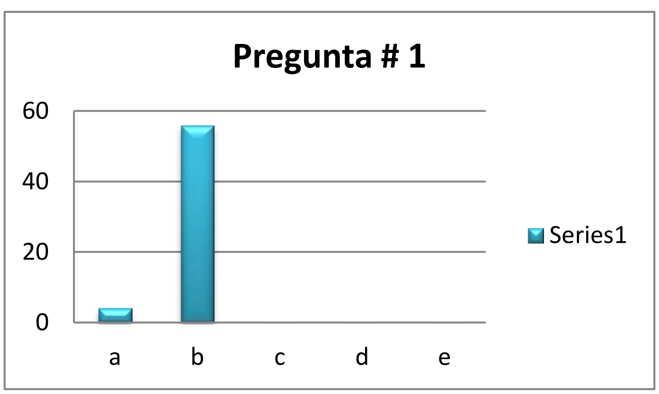
a) Recta
b) Parábola
c) Elipse
d) Hipérbola
e) Circunferencia

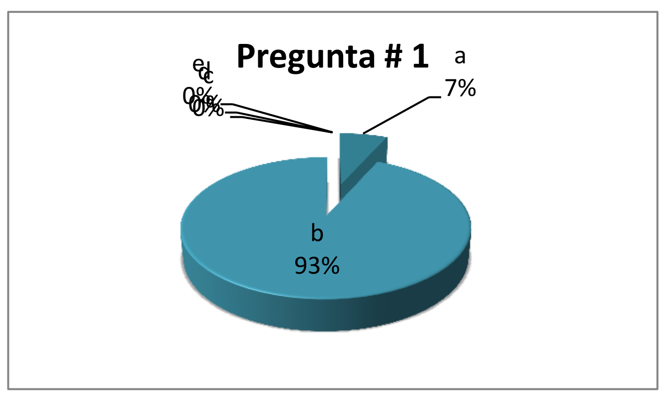
Resultados

a	4
b	56
c	0
d	0
e	0

Análisis e interpretación
De la misma manera que las funciones lineales, el tema ya ha sido estudiado, razón por la que la respuesta sea mayoritariamente correcta.

Respuesta: b)





Pregunta # 2: Si se define una función cuadrática como $f(x) = x^2 + 2x - 3$, la gráfica que representa a la función f(x) tiene un vértice que es un:

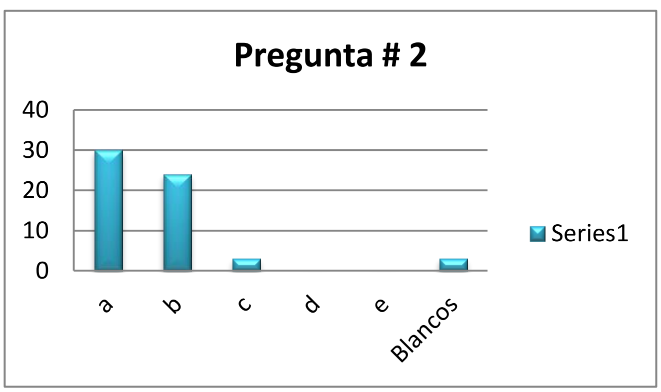
a) Máximo
b) Mínimo
c) Punto fuera de la gráfica
d) Punto cualquiera de la gráfica
e) Punto que cambia constantemente de valor

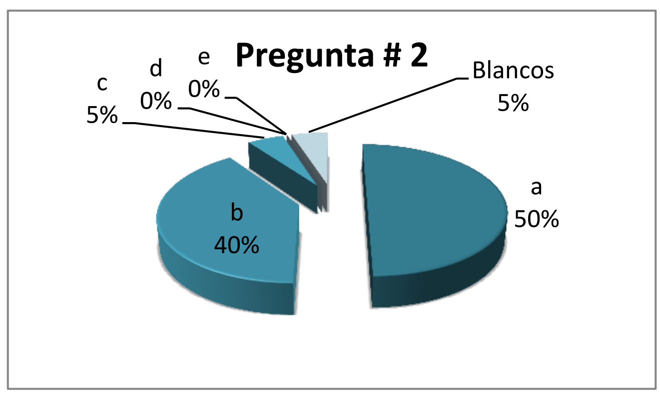
Resultados

A	30
B	24
C	3
D	0
E	0
Blancos	3

Análisis e interpretación
Más de la mitad de los encuestados responden de manera equivocada porque no tienen claras las características de las funciones cuadráticas.

Respuesta: b)





Pregunta # 3: Indique cuál es la ordenada al origen de la función cuadrática $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

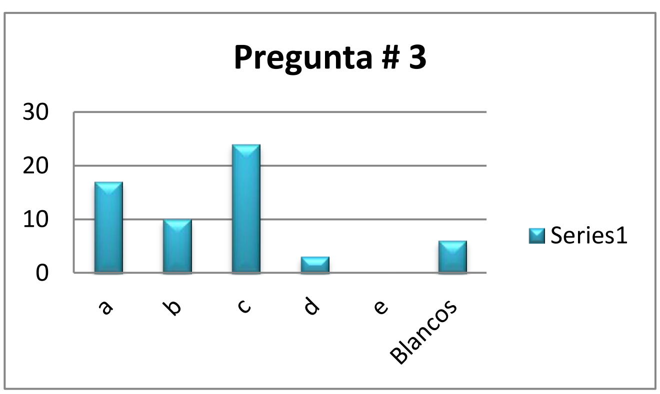
a) 1
b) – 1
c) 2
d) – 3
e) 3

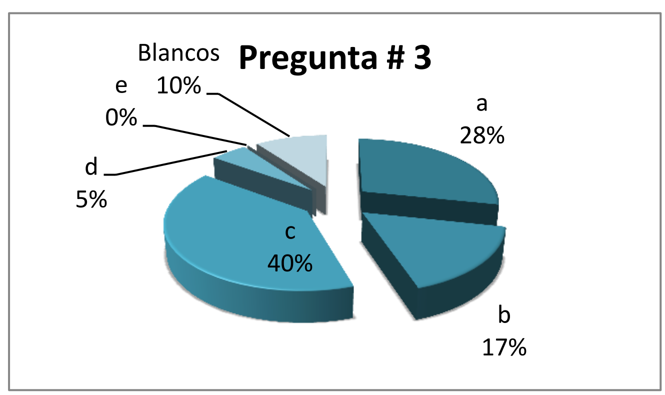
Resultados

A	17
B	0
C	10
D	24
E	3
Blancos	6

Análisis e interpretación
Más de la mitad de los encuestados responden de manera correcta porque comparan con las funciones lineales, y el término independiente representa la ordenada al origen.

Respuesta: d)





Pregunta # 4: Indique cuántos cortes con el eje de las x tiene la función cuadrática $f(x) = x^2 + 2x - 3$,

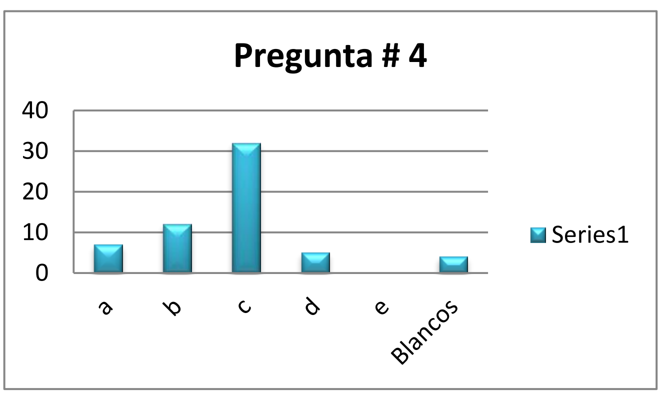
a) Ninguno
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

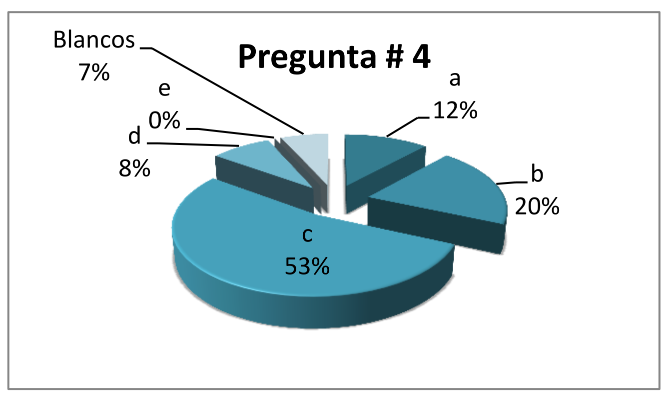
Resultados

A	7
B	12
C	32
D	5
E	0
blancos	4

Análisis e interpretación
Más de la mitad de los encuestados responden de manera correcta, por lo tanto aplican bien el concepto de discriinante.

Respuesta: c)





Pregunta # 5: Identifique la forma canónica o estándar de la función cuadrática $f(x) = x^2 + 2x – 3$.

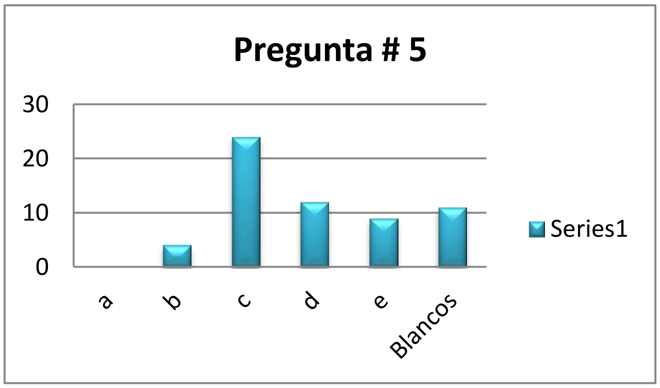
a) $f(x) = (x + 1)^2 + 4$
b) $f(x) = (x – 1)^2 – 4$
c) $f(x) = (x – 1)^2 + 4$
d) $f(x) = (x + 1)^2 – 4$
e) $f(x) = (x – 2)^2 – 4$

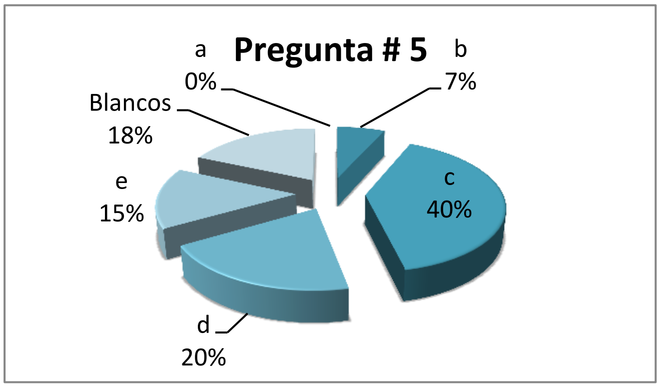
Resultados

A	0
B	4
C	24
D	12
E	9
Blancos	11

Análisis e interpretación
Los encuestados responden en su mayoría de manera equivocada, dado que no conocen como encontrar el vértice de la parábola

Respuesta: d)





Pregunta # 6: Un alambre de 24 cm de longitud se dobla en forma de rectángulo, con ancho "a", y largo "b". Escriba una ecuación que muestre el perímetro del rectángulo, y que este es igual a la longitud total del alambre.

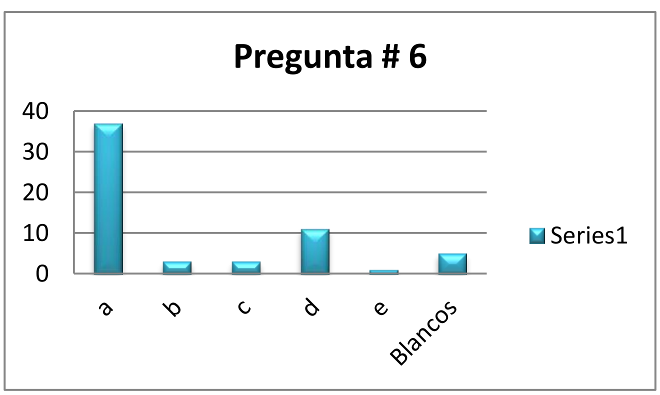
a) $a + b = 24$
b) $2a + b = 24$
c) $a + 2b = 24$
d) $a + b = 12$
e) $2a + b = 12$

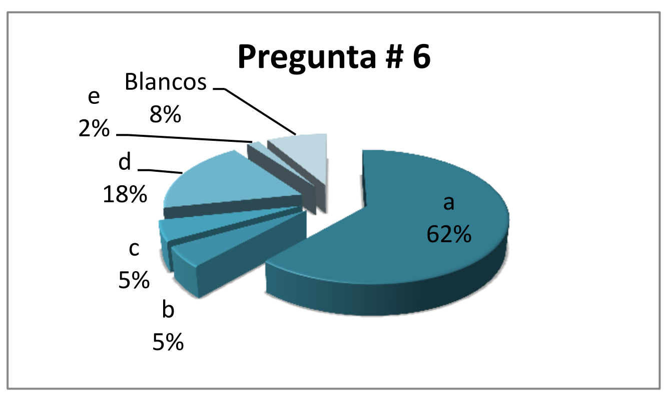
Resultados

A	37
B	3
C	3
D	11
E	1
Blancos	5

Análisis e interpretación
El error en la aplicación de la fórmula del perímetro hace que la ecuación sea mal planteada.

Respuesta: d)





Pregunta # 7: Con los datos del problema anterior (problema 6) exprese el área encerrada por el alambre en función de la variable "a".

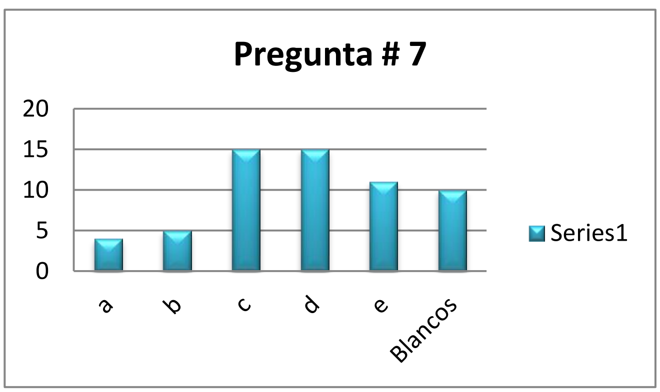
a) A = a(a +12)
b) A = a(a +24)
c) A = a(24 – a)
d) A = a(12 – a)
e) A = (a + 12)(a +24)

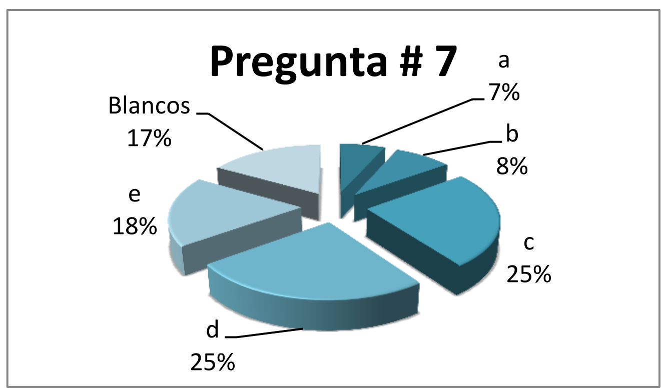
Resultados

a	4
b	5
c	15
d	15
e	11
Blancos	10

Análisis e interpretación
El error que arrastra la ecuación del perímetro hace que se cometan errores al plantear la ecuación del área del rectángulo.

Respuesta: d)





El siguiente enunciado se debe tomar como referencia para los siguientes tres ejercicios.

Una fábrica vende teléfonos a distribuidores a un precio de \$ 40 cada teléfono, si el pedido que realiza el distribuidor es de menos de 50 teléfonos. Si un distribuidor pide 50 o más teléfonos (hasta un máximo de 600) el precio se reduce en 4 centavos (1 centavo = 0.01 dólar) por cada teléfono.

Pregunta # 8: Escriba una expresión algebraica para representar el pago, P(x), que debe realizar el distribuidor a la compañía, si compra entre cero y 49 teléfonos.

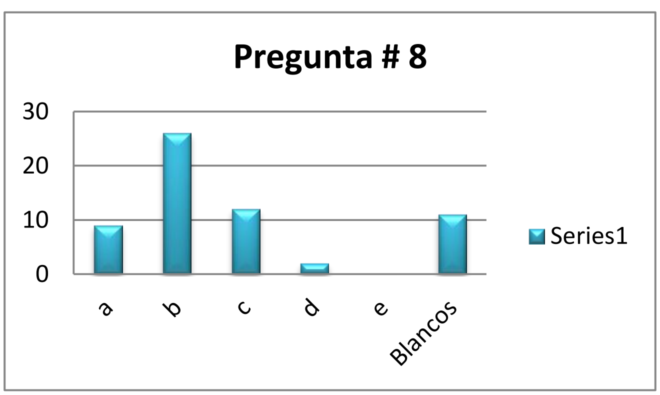
a) $P(x) = 49x$
b) $P(x) = 40x$
c) $P(x) = 49x^2$
d) $P(x) = 40x^2$
e) $P(x) = 49x – 40x$

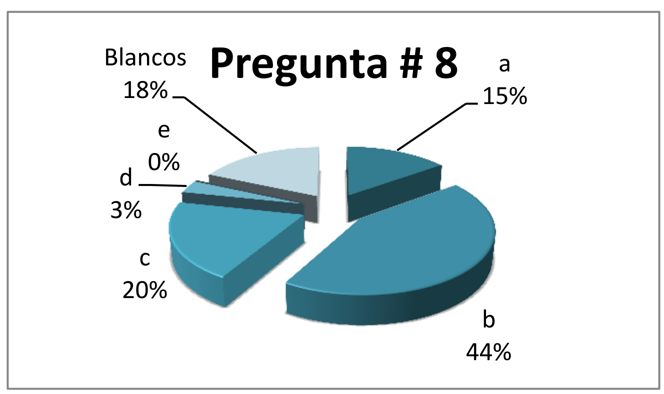
Resultados

a	9
b	26
c	12
d	2
e	0
Blancos	11

Análisis e interpretación
El concepto de compra o venta es el influyente para que mayoritariamente los encuestados respondan de manera adecuada.

Respuesta: b)





<u>Pregunta # 9:</u> Escriba una expresión algebraica para representar el pago, Q(x), que debe realizar el distribuidor a la compañía si compra entre 50 y 600 teléfonos.

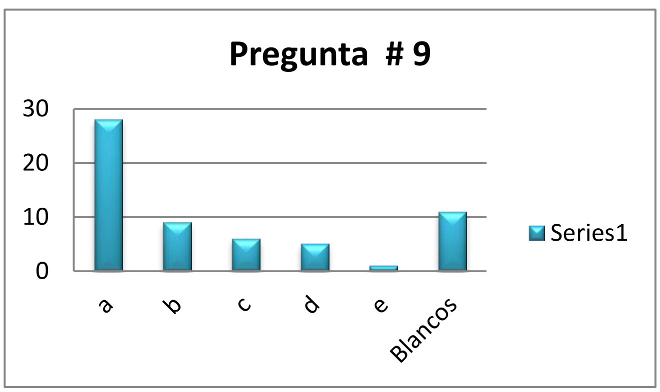
a) $Q(x) = x\,(40 - 0.04x)$
b) $Q(x) = 50x\,(40 - 0.04x)$
c) $Q(x) = (50 + x)\,[40 - 0.04(50 + x)]$
d) $Q(x) = (50 - x)\,(40 - 0.04x)$
e) $Q(x) = (50 - x)\,(40 + 0.04x)$

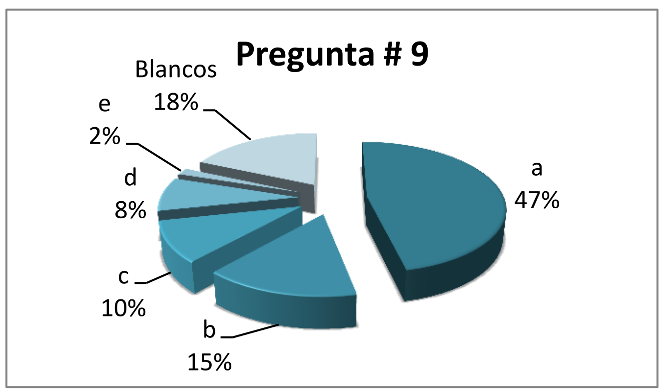
Resultados

A	28
B	9
C	6
D	5
E	1
Blancos	11

Análisis e interpretación
Los encuestados presentan inconvenientes al plantear problemas de un elevado grado de complejidad.

Respuesta: c)





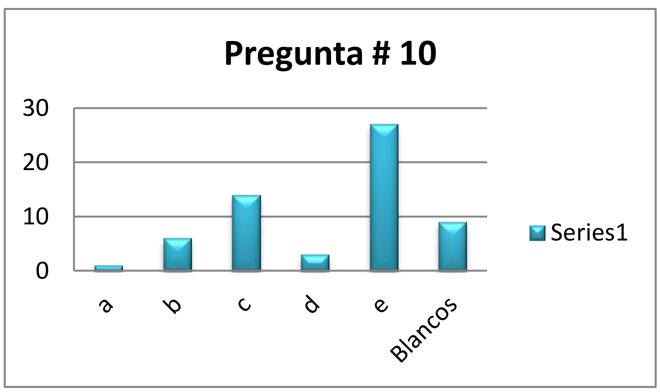
Pregunta # 10: Para los datos del problema 8, ¿cuál es el valor máximo que debe pagar el distribuidor a la compañía si compra entre 50 y 600 pares de zapatos?

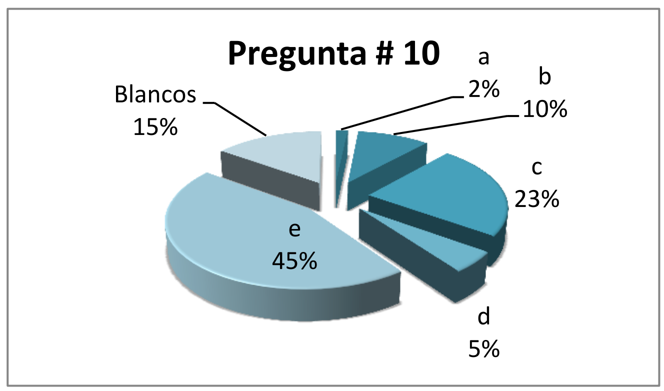
a) $ 7 000
b) $ 8 000
c) $ 9 000
d) $ 10 000
e) $ 11 000

A	1
B	6
C	14
D	3
E	27
Blancos	

Análisis e interpretación
Es evidente que hay una ausencia total de interpretación del problema.

Respuesta: d)





4. **CRONOGRAMA**

	2013																2014																			
	FEBRERO				JULIO				AGOSTO				OCTUBRE				ABRIL				MAYO				JUNIO				JULIO				AGOSTO			
Semanas	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Presentación del tema y el capítulo 1			X		X	X		X	X																											
Desarrollo y presentación del capítulo 2																																				
Solicitud de tutor y entrega de capítulos 1 y 2															X																					
Presentación del Proyecto en la Institución																			X																	
Realización de la encuesta a los docentes																				X																
Uso de la guía de auto instrucción de modelos lineales, con los estudiantes																					X	X														
Uso de la guía de auto instrucción de modelos cuadráticos, con los estudiantes																							X	X												
Test final realizado a los estudiantes																									X											
Tutorías para el desarrollo del proyecto de tesis																								X		X		X		X		X				
Revisión de la tesis con el URKUND																																	X			
Entrega de anillados para pre defensa																																	X			
Pre defensa																																		X		
Defensa																																				X

5. Validación de la encuesta y autorización para desarrollar la investigación

UTEG UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EMPRESARIAL DE GUAYAQUIL

EPU ESCUELA DE POSGRADO U·T·E·G

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA
EMPRESARIAL DE GUAYAQUIL
MAESTRÍA EN DISEÑO Y EVALUACIÓN
DE MODELOS EDUCATIVOS

INSTRUMENTO DE VALIDACIÓN DE LA ENCUESTA

INSTRUMENTO DE VALIDACIÓN							
TITULO DEL TRABAJO							
INSTRUCTIVO							
	CONGRUENCIA (Con el título del trabajo)		CLARIDAD		TENDENCIOSIDAD (Las preguntas están libres de otros factores que influyan en la respuesta)		Observaciones
Ítem	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
1	✓		✓		✓		
2	✓		✓		✓		
3	✓		✓		✓		
4	✓		✓		✓		
5	✓		✓		✓		
6	✓		✓		✓		
7	✓		✓		✓		
8	✓		✓		✓		
9	✓		✓		✓		
10	✓		✓		✓		
11	✓		✓		✓		
12	✓		✓		✓		
13	✓		✓		✓		
14	✓		✓		✓		
15	✓		✓		✓		
16	✓		✓		✓		
17	✓		✓		✓		
18	✓		✓		✓		
19	✓		✓		✓		
20	✓		✓		✓		
Total	20	0	20	0	20	0	
%	100	0	100	0	100	0	

Evaluado por:	Apellido Nombre	Cédula de Ciudadanía	Fecha	Firma
	Pavón Christian	092392163-9	4-Ag-2014	
	Profesión	Cargo	Teléfono	Reg. SENESCYT
	Ing. Mecánico	Profesor Universitario	0992854106	1021-13-86087972

Elaborado por: Lic. Julio César Macías Zamora

Agradecido por su colaboración.